మధ్యగతం

మధ్యగతం(లేదా) మధ్యంతర సగటు కూడా ఒక రకమైన సగటే. దీన్ని స్థానపు సగటు(Positional average) అని అంటారు. గ్రూప్–1 మెయిన్స్ పరీక్షలో ఈ అంశం ముఖ్యమైంది.

వ్యక్తిగత శ్రేణులు

ఇచ్చిన దత్తాంశంలోని రాశులను ఆరోహణ లేదా అవరోహణా క్రమంలో అమర్చిన తర్వాత మధ్య స్థానంలో ఉన్న రాశినే మధ్యగతం అంటారు.

ప్రశ్న: 10, 8,7,13,5,6,2 ల మధ్యగతం ఎంత?

జవాబు:ఇచ్చిన రాశులను ఆరోహణా క్రమంలో అమరిస్తే....2,5,6,7,8,10,13

ఇప్పుడు మధ్య స్థానంలో ఉన్న రాశి = 7

∴ మధ్యగతం=7

మధ్యగతం ప్రాధాన్యం: ఇచ్చిన దత్తాంశంలో మధ్యగతం కంటే తక్కువ విలువలు ఉన్న రాశుల సంఖ్య మధ్యగతం కంటే ఎక్కువ విలువ ఉన్న రాశుల సంఖ్యలు సమానంగా ఉంటాయి.

సందర్భం 1: దత్తాంశంలోని రాశుల సంఖ్య(n) బేసి సంఖ్య ఐతే, రాశులను ఆరోహణా క్రమంలో అమర్చిన తర్వాత 'n+1/2 వ స్థానంలో ఉండే రాశినే మధ్యగతం అంటారు.

ప్రశ్న: 10,8,7,13,5ల మధ్యగతం ఎంత?

జవాబు: ఇచ్చిన రాశులను ఆరోహణా క్రమంలో అమరిస్తే 5,7,8,10,13..

దత్తాంశంలోని రాశుల సంఖ్య=5(బేసి సంఖ్య) ఐతే, 5+1/2=3వ స్థానంలో ఉండే రాశి మధ్యగతం.

∴ మధ్యగతం=8

సందర్భం 2: దత్తాంశంలోని రాశుల సంఖ్య(n) సరి సంఖ్య ఐతే n/2, n/2+1 వ స్థానాల్లో ఉన్న రాశుల అంకమధ్యమమే మధ్యగతం అవుతుంది.

ప్రశ్న: 61,57,10,100,0,47,18,9ల మధ్యగతం ఎంత?

జవాబు: ఇచ్చిన రాశులను ఆరోహణాక్రమంలో అమరిస్తే 0,9,10,18,47,57,61,100

రాశుల సంఖ్య = 8 (సరి సంఖ్య) కాబట్టి 8/2, 8/2+1=4,5వ స్థానాల్లోని రాశుల అంకమధ్యమమే మధ్యగతం అవుతుంది.

∴ మధ్యగతం=18,47ల అంకమధ్యమం

=18+47/2=65/2= 32.5

అంటే దత్తాంశంలో 32.5 కంటే తక్కువ విలువ ఉన్న రాశుల సంఖ్య, ఎక్కువ విలువ ఉన్న రాశుల సంఖ్యలు సమానంగా ఉంటాయి.

నోట్: ఒకే వరుసలో ఉన్న సహజ సంఖ్యల/సరి సంఖ్యల/బేసి సంఖ్యల మధ్యగతం, అంకమధ్యమాలు ఎప్పుడూ సమానంగా ఉంటాయి.

మధ్యగతం లక్షణాలు

- మధ్యగతంపై విపరీత అంశాల(Extreme valves) ప్రభావం ఉండదు. అందుకే దత్తాంశంలో విపరీత అంశాలు ఉన్నప్పుడు అంకమధ్యమం కంటే మధ్యగతమే సరైన సగటు అవుతుంది.
- మధ్యగతాన్ని సులభంగా గణన చేయొచ్చు. సులభంగా అవగాహన చేసుకోవచ్చు.
- ఇది ఏక విలువకు కట్టుబడి ఉంటుంది. ఇతర గణాంకపు కొలతలు(మధ్యమ విచలనం) కొలవడానికి కూడా ఇది ఉపకరిస్తుంది.
- పౌనఃపున్య విభాజనంలో విస్తృత అవధులు ఉన్న తరగతులు ఉన్నప్పటికీ మధ్యగతాన్ని కనుక్కోవచ్చు. కాని అంకమధ్యమాన్ని కనుక్కోలేం.
- మధ్యగతాన్ని రేఖా చిత్రం ద్వారా కూడా కనుక్కోవచ్చు. కానీ అంకమధ్యమాన్ని కనుక్కోలేం.
- భౌతికంగా కొలవలేని అంశాలకు సంబంధించి సగటు కనుక్కోవడానికి మధ్యగతం అనువైంది.

  ఉదా: Average honesty, Average knowledge, Average beauty.
- మధ్యగతంలోని ప్రధానమైన లోపం ఇది దత్తాంశంలోని అన్ని రాశుల విలువలపై ఆధారపడదు. కొన్ని రాశుల విలువలు మారినా కూడా మధ్యగతం మారకపోవచ్చు.

ప్రశ్న: ఒక నగరంలో 10 రోజుల్లో వరుసగా నమోదైన వర్షపాతం కింది విధంగా ఉంది (మి.మీ.ల్లో).

8.5,0,6.8,3.2,4.8,10.5,76.2,9.4,0,1.2 ఐతే సరైన గణాంకపు కొలతను ఉపయోగించి పై దత్తాంశం కేంద్రీయ స్థానాన్ని (Measure of central tendency) **కొలవండి?**

(సివిల్స్ మెయిన్స్-2007)

జవాబు: ఇచ్చిన దత్తాంశం అంకమధ్యమం= రాశుల మొత్తం/రాశుల సంఖ్య

=8.5+0+6.8+.....+1.2/10

=120.6/10=12.06 mm

కానీ ఈ 10 రోజుల్లో నమోదైన సగటు వర్షపాతం 12.06 mm అనే వాదన సమంజసంగా లేదు. ఎందుకంటే 9 రోజుల్లో నమోదైన వర్షపాతం 12.06mm కంటే చాలా తక్కువగా ఉంది. కేవలం ఒక్క రోజు(76.2 mm) మాత్రమే 12.06 mm కంటే చాలా ఎక్కువ వర్షపాతం నమోదైంది. అంటే ఇక్కడ అంకమధ్యమం దత్తాంశానికి సరైన ప్రాతినిధ్యం వహించలేదు. ఈ పరిస్థితికి కారణం 76.2mm అనే

విపరీత అంశమే. కాబట్టి సగటును కనుక్కోవడానికి మధ్యగతం సరైన కొలత.

ఇచ్చిన రాశులను ఆరోహణాక్రమంలో అమరిస్తే

0,0,1.2,3.2,4.8,6.8,8.5,9.4,10.5,76.2

రాశుల సంఖ్య=10(సరి సంఖ్య)

కాబట్టి 10/2, 10/2+1=5,6వ రాశుల అంకమధ్యమమే మధ్యగతం అవుతుంది.

∴ మధ్యగతం=4.8,6.8ల అంకమధ్యమం

=4.8+6.8/2=5.8 mm ∴ ఇచ్చిన దత్తాంశానికి సరైన కేంద్రీయ స్థానపు కొలత=5.8 mm

నోట్: కేంద్రీయ స్థానపు కొలతనే సగటు అని కూడా అంటారు.

విచ్ఛిన్న శ్రేణుల మధ్యగతం:

మొదట దత్తాంశంలో ఇచ్చిన రాశులను ఆరోహణ లేదా అవరోహణా క్రమంలో అమర్చాలి

రాశులు(x_i)	**పౌనఃపున్యాలు(f_i)**
x_i	f_i
x_2	f_2
x_3	f_3
..	..
..	..
x_n	f_n

$\Sigma f_i = N$ అనుకుంటే

N/2 కంటే వెంటనే ఎక్కువ విలువ ఉన్న ఆరోహణా సంచిత పౌనఃపున్యానికి చెందిన రాశి మధ్యగతమవుతుంది.

ప్రశ్న: ఒక తరగతిలోని 90 మంది విద్యార్థులకు వచ్చిన మార్కుల వివరాలు కింది పట్టికలో ఉన్నాయి. ఐతే మధ్యగతాన్ని ఉపయోగించి తరగతి సగటు మార్కులను కనుక్కోండి?

మార్కులు	**విద్యార్థుల సంఖ్య**
10	5
20	16
30	18
40	12
50	24
60	15
	90

జవాబు: దత్తాంశంలోని మార్కులను రాశులుగా, విద్యార్థుల సంఖ్యను పౌనఃపున్యాలుగా భావిం చాలి. రాశులు ఆరోహణా క్రమంలోనే ఉన్నాయి. ఆరోహణా సంచిత పౌనఃపున్యాలను కనుక్కొని పట్టీకరిస్తే....

రాశులు	పౌనఃపున్యాలు	ఆరోహణా సంచిత పౌనఃపున్యాలు
10	5	5
20	16	21
30	18	39
40	12	51
50	24	75
60	15	90
	N=90	

పై పట్టికలో N/2=90/2=45 కంటే వెంటనే ఎక్కువ విలువ ఉన్న ఆరోహణా సంచిత పౌనఃపున్యం 51. దీనికి సంబంధించిన రాశి=40 మార్కులు

∴ మధ్యగతం=40 మార్కులు.

కాబట్టి మధ్యగతాన్ని ఉపయోగించి తరగతి సగటు మార్కులు=40

ప్రశ్న: తోటలోని 100 మామిడి చెట్లకు కాసిన పండ్లసంఖ్య వివరాలు కింద ఉన్నాయి.

ఆపిల్ చెట్ల సంఖ్య	ఒక్కో చెట్టుకు కాసిన పండ్ల సంఖ్య
12	6
8	7
6	8
4	9
3	10
18	4
24	5
2	0
5	1
7	2
11	3

మధ్యగతాన్ని ఉపయోగించి సగటున ఒక్కో చెట్టుకు కాసిన మామిడి పండ్ల సంఖ్య ఎంత?

జవాబు: ఇచ్చిన దత్తాంశంలో పండ్ల సంఖ్యను రాశులుగా, చెట్ల సంఖ్యను పౌనఃపున్యాలుగా భావించాలి. రాశులను ఆరోహణాక్రమంలో అమర్చి, ఆరోహణా సంచిన పౌనఃపున్యాలు కనుక్కొని పట్టీకరిస్తే....

పండ్ల సంఖ్య	చెట్ల సంఖ్య	ఆ.స.పౌ

0	2	2
1	5	7
2	7	14
3	11	25
4	18	43
5	24	67
6	12	79
7	8	87
8	6	93
9	4	97
10	3	100
	N=100	

N/2=100/2=50కంటే వెంటనే ఎక్కువ విలువ ఉన్న ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యం 67. దీనికి సంబంధించిన రాశి 5.

∴ మధ్యగతం = 5

అంటే తోటలోని మామిడి చెట్లకు ఒక్కో చెట్టుకు సగటున 5 మామిడి పండ్లు కాసాయని అర్థం