బాహుళకం

బాహుళకం కూడా ఒక రకమైన సగటే. ఇది స్థాన సగటు (Positional Average). ఇచ్చిన దత్తాం శంలో అన్నింటికంటే ఎక్కువ సార్లు పునరావృత మయ్యే రాశినే బాహుళకం అంటారు లేదా అత్యధిక పౌనఃపున్యం ఉన్న రాశినే బాహుళకం అంటారు. Mode means most fashionable item or most popular item or point of highest concentration.

దత్తాంశంలో రాశుల సంఖ్య చాలా ఎక్కువగా ఉన్నప్పుడు బాహుళకం అనువైన సగటు అవుతుంది.

ఉదా:

1. భారతీయుల సగటు ఎత్తు,
2. రెడీమేడ్ దుస్తుల్లో ఆయా సైజుల దుస్తులు తయారు చేయడానికి. అలాగే ఒక అంశంపై సేకరించిన అభిప్రాయాలను విశ్లేషించడానికి కూడా బాహుళకం అనువైన సగటు.

పౌనఃపున్య విభాజనం బాహుళకం:

పౌనఃపున్య విభాజనానికి (frequency distribution) బాహుళకాన్ని కనుక్కోవాలంటే...

1. తరగతులు బహిర్గత పద్ధతిలోనే (Exclusive Class Intervals) ఉండాలి.
2. అన్ని తరగతుల అంతరాలు కచ్చితంగా సమానంగా ఉండాలి.
3. మొదటి బాహుళక తరగతిని (Mode Class) గుర్తించాలి. అత్యధిక పౌనఃపున్యం ఉన్న తరగతినే బాహుళక తరగతి అంటా రు. అప్పుడు బాహుళకం

$$Z = L + \frac{(f - f_1)}{(2f - f_1 - f_2)} \times C$$

$L \rightarrow$ బాహుళక తరగతి దిగువహద్దు

$f \rightarrow$ బాహుళక తరగతి పౌనఃపున్యం

$f_1 \rightarrow$ బాహుళక తరగతికి ముందుండే తరగతి పౌనఃపున్యం

$f_2 \rightarrow$ బాహుళక తరగతి తరువాత ఉండే తరగతి పౌనఃపున్యం

$C \rightarrow$ బాహుళక తరగతి అంతరం

ఉదా: ఒక తరగతిలోని విద్యార్థులకు వచ్చిన మార్కుల వివరాలు కింది విధంగా ఉన్నాయి. బాహుళకాన్ని ఉపయోగించి తరగతి సగటు మార్కులను కనుక్కోండి?

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
10-20	7
20-30	15
30-40	8
40-50	3
50-60	2

సమాధానం: ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి గరిష్ట పౌనఃపున్యం-15 ఉన్న 20-30 అనేది బాహుళక తరగతి అవుతుంది.

కాబట్టి,

$L = 20, f = 15$

$f_1 = 7, f_2 = 8, C = 10$

బాహుళకం, $Z = L + \frac{(f - f_1)}{(2f - f_1 - f_2)} \times C$

$$= 20 + \frac{(15 - 17)}{2 \times 15 - 7 - 8} \times 10$$

$$= 20 + \frac{8}{15} \times 10$$

$= 20 + 5.333$

$= 25.333$

$\therefore$ బాహుళకాన్ని ఉపయోగించి తరగతి సగటు మార్కులు = 25.333

Interpretation: పై సమస్యలో విద్యార్థుల మార్కుల బాహుళకం = 25.333 అంటే తరగతిలోని ఎక్కువ మంది విద్యార్థులకు వచ్చిన మార్కులు 25.333కు దగ్గరగా కేంద్రీకృతమయ్యాయని చెప్పొచ్చు. అంటే 25.333 అనేది Point of Highest Concentration.

Note: పౌనఃపున్య విభాజనంలోని మొట్టమొదటి తరగతి బాహుళక తరగతి ఐతే $f_1 = 0$. చివరి తరగతి బాహుళక తరగతి ఐతే $f_2 = 0$.

వర్గీకృత పద్ధతి (Grouping Method): ఒక దత్తాంశానికి ఒకటి కంటే ఎక్కువ బాహుళకాలు ఉండొచ్చు. కానీ సాంఖ్యక శాస్త్ర ప్రయోజనాల దృష్ట్యా ఏకబాహుళకాన్ని నిర్వచించడం అవసరం. బాహుళకం అనేది తరగతి పౌనఃపున్యం మీదనే కాకుండా ఇరుగుపొరుగు తరగతుల పౌనఃపున్యాలపై కూడా ఆధారపడి ఉంటుంది. ఈ అంశాలన్నింటినీ దృష్టిలో ఉంచుకొని సరైన బాహుళక తరగతిని వర్గీకృత పద్ధతి ద్వారా గుర్తించొచ్చు.

పౌనఃపున్యాలను కింది విధంగా కూడి, వర్గీకరించాలి.

i) రెండేసి పౌనఃపున్యాలను రెండు రకాలుగా కూడొచ్చు.

ఎ) 1వ, 2వ పౌనఃపున్యాలను, 3వ, 4వ పౌనఃపున్యాలను, 5వ, 6వ పౌనఃపున్యాలను, ...కూడాలి. వీటిని column-IIలో పొందుపరచాలి. column-I లో ఇచ్చిన పౌనఃపున్యాలు ఉంటాయి.

b. 2వ, 3వ పౌనఃపున్యాలను, 4వ, 5వ పౌనఃపున్యాలను; 6వ, 7వ పౌనఃపున్యాలను, ... కూడాలి. (column-III).

ii) మూడేసి పౌనఃపున్యాలను, మూడు రకాలుగా కూడాలి.

a. 1వ, 2వ, 3వ పౌనఃపున్యాలను; 4వ, 5వ, 6వ పౌనఃపున్యాలను; 7వ, 8వ, 9వ పౌనఃపున్యాలను; ... కూడి column-IVలో పొందుపరచాలి.

b. 2వ, 3వ, 4వ పౌనఃపున్యాలను; 5వ, 6వ, 7వ పౌనఃపున్యాలను; 8వ, 9వ, 10వ పౌనఃపున్యాలను; ... కూడాలి. column-V

c. 3వ, 4వ, 5వ పౌనఃపున్యాలను; 6వ, 7వ, 8వ పౌనఃపున్యాలను; 9వ, 10వ, 11వ పౌనఃపున్యాలను; ... కూడాలి.column-VI

d. అవసరమైతే నాలుగేసి, ఐదేసి పైనఃపున్యాలను కూడా కూడాల్సి ఉంటుంది.

ఇప్పుడు ఒక ఉదాహరణ ద్వారా వర్గీకృత పద్ధతిని ఏ విధంగా ఉపయోగించాలో చూద్దాం.

ఉదా: కింద 150 బల్బుల జీవితకాలాలు (గంటల్లో) ఉన్నాయి. ఈ దత్తాంశ బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి?

జీవితకాలం	బల్బుల సంఖ్య
0-400	4
400-800	12
800-1200	41
1200-1600	40
1600-2000	35
2000-2400	14
2400-2800	3
2800-3200	1
Total	150

సమాధానం: మొదట వర్గీకృత పద్ధతి ద్వారా సరైన బాహుళక తరగతిని గుర్తించాలి.

పై పట్టికలో ప్రతి columnలోని అత్యధిక విలువలను ✔ మార్క్ చేయండి. ఇప్పుడు ఏ తరగతి ఐతే అత్యధిక విలువలతో ఎక్కువ సార్లు సంబంధం కలిగి ఉంటుందో ఆ తరగతి బాహుళకపు తరగతి అవుతుంది. కాబట్టి పై పట్టిక నుంచి 1200-1600 (5 సార్లు) బాహుళక తరగతి అవుతుంది.

నోట్: 800-1200 తరగతిది గరిష్ట పౌనఃపున్యం (41) అయినప్పటికీ, ఈ తరగతి అత్యధిక విలువలతో కేవలం నాలుగు సార్లే సంబంధం కలిగి ఉంది. ఇరుగుపొరుగు పౌనఃపున్యాల వల్లనే ఇది సాధ్యమైంది.

కాబట్టి,

$L = 1200, f = 40$

$f_1 = 41, f_2 = 35, c = 400.$

బాహుళకం,

$$Z = L + \frac{(f - f_1)}{(2f - f_1 - f_2)} \times C$$

$$= 1200 + \frac{(40 - 41)}{(2 \times 40 - 41 - 35)} \times 400$$

ఇక్కడ $\frac{(f - f_1)}{(2f - f_1 - f_2)}$ విలువ రుణాత్మకం అవుతుంది. ఈ సందర్భాల్లో, $2f - f_1 - f_2 = 0$ ఐతే బాహుళకానికి కింది సూత్రాన్ని వాడాలి.

$$Z = L + \frac{|f - f_1|}{|f - f_1| + |f - f_2|} \times C$$

$$= 1200 + \frac{|40 - 41|}{|40 - 41| + |40 - 35|} \times 400$$

$$= 1200 + \frac{1}{6} \times 400 = 1200 + 66.666$$

= 1266.666

∴ దత్తాంశం బాహుళకం = 1266.666 గంటలు.

I	II	III	IV	V	VI
4 12 41 ✔ 40 35 14 3 1	4, 12 → 16 41, 40 → 81 ✔ 35, 14 → 49 3, 1 → 4	12, 41 → 53 40, 35 → 75 ✔ 14, 3 → 17	4, 12, 41 → 57 40, 35, 14 → 89 ✔	12, 41, 40 → 93 ✔ 35, 14, 3 → 52	41, 40, 35 → 116 ✔ 14, 3, 1 → 18