# శాతాలు-3

## మార్పు శాతం

గ్రూప్-1, గ్రూప్-2 పరీక్షల్లో ఆయా రాశుల్లోని పెరుగుదల, తరుగుదల శాతాలకు సంబంధించిన సమస్యలు చాలా ప్రధానం. గ్రూప్-1, మెయిన్స్ పరీక్షలో వార్షిక సగటు మార్పు రేటు అనే అంశం కూడా ప్రధానమైంది. ఈ శీర్షికలో మార్పు శాతం గురించి చర్చిద్దాం.

**ముఖ్యమైన సూత్రాలు:**

**1) పెరుగుదల శాతం =**

$$\frac{(\text{తుది విలువ} - \text{తొలి విలువ}) \times 100}{\text{తొలి విలువ}}$$

**2) తరుగుదల శాతం =**

$$\frac{(\text{తొలి విలువ} - \text{తుది విలువ}) \times 100}{\text{తొలి విలువ}}$$

**3) మార్పు శాతం =**

$$\frac{(\text{తుది విలువ} - \text{తొలి విలువ}) \times 100}{\text{తొలి విలువ}}$$

**గమనిక:** మార్పు శాతం విలువ ధనాత్మకం అయితే అది పెరుగుదలను సూచిస్తుంది. రుణాత్మకం అయితే అది తరుగుదలను సూచిస్తుంది. పై సూత్రాల నుంచి కింది సూత్రాలను రాబట్టవచ్చు.

**4) తుది విలువ =**

$$\text{తొలి విలువ} \times \frac{(100 + \text{పెరుగుదల శాతం})}{100}$$

**5) తుది విలువ =**

$$\text{తొలి విలువ} \times \frac{(100 - \text{తరుగుదల శాతం})}{100}$$

**6) తుది విలువ =**

$$\text{తొలి విలువ} \times \frac{(100 + \text{మార్పు శాతం})}{100}$$

**7) తొలి విలువ =**

$$\text{తుది విలువ} \times 100$$

(100 + పెరుగుదల శాతం)

8)**తొలి విలువ =**

$$\frac{\text{తుది విలువ} \times 100}{(100 - \text{తరుగుదల శాతం})}$$

9)**తొలి విలువ =**

$$\frac{\text{తుది విలువ} \times 100}{(100 + \text{మార్పు శాతం})}$$

10) ఒక రాశి ప్రస్తుత విలువ '$P$' అనుకొంటే... మొదటి మూడు సంవత్సరాల్లో ఆ రాశిలోని మార్పు శాతాలు వరుసగా $R_1, R_2, R_3$ అయితే మూడు సంవత్సరాల తర్వాత ఆ రాశి విలువ =

$$P \times \frac{(100+R_1)}{100} \times \frac{(100+R_2)}{100} \times \frac{(100+R_3)}{100}$$

ఈ సూత్రాన్ని ఎన్ని సంవత్సరాలకైనా విస్తరిం చవచ్చు. రాశిలో పెరుగుదల నమోదైతే మార్పు శాతానికి ముందు '+' గుర్తు, రాశిలో తగ్గుదల నమోదైతే మార్పు శాతానికి ముందు '–' గుర్తు ఉంచాలి.

11) ఆయా సంవత్సరాలలో మార్పు శాతం స్థిరంగా ఉంటే ఈ కింది సూత్రాలను ఉపయోగించవచ్చు. ఒక రాశి ప్రస్తుత విలువ '$P$' అనుకొంటే..

a) ఆ రాశి ప్రతి సంవత్సరం $R\%$ చొప్పున పెరిగితే '$n$' సంవత్సరాల తర్వాత ఆ రాశి విలువ

$$= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

అలాగే '$n$' సంవత్సరాలకు ముందు ఆ రాశి విలువ $= \frac{P}{\left(1+\frac{R}{100}\right)^n}$

b) ఆ రాశి ప్రతి సంవత్సరం $R\%$ చొప్పున తగ్గితే '$n$' సంవత్సరాల తర్వాత ఆ రాశి విలువ

$$= P\left(1-\frac{R}{100}\right)^n$$

అలాగే '$n$' సంవత్సరాల క్రితం ఆ రాశి విలువ $= \frac{P}{\left(1-\frac{R}{100}\right)^n}$

12) ఆయా సంవత్సరాల్లో మార్పు శాతాలు మా రుతూ ఉంటే దానికి అనుగుణంగా పై సూత్రా లను మార్చి రాసుకోవచ్చు. ఉదాహరణకు రాశి విలువ మొదటి '$n_1$' సంవత్సరాల పాటు $R_1\%$ చొప్పున, తర్వాతి '$n_2$' సంవత్సరాల పాటు $R_2\%$ చొప్పున, తర్వాతి '$n_3$' సంవత్స రాల పాటు $R_3\%$ చొప్పున పెరిగితే ఆ రాశి తుది విలువ

$$= P \times \left(1+\frac{R_1}{100}\right)^{n_1}\left(1+\frac{R_2}{100}\right)^{n_2}\left(1+\frac{R_3}{100}\right)^{n_3}$$

అలాగే ఆ రాశి విలువ మొదటి '$n_1$' సంవత్స రాల పాటు $R_1\%$ చొప్పున, తర్వాతి '$n_2$'

సంవత్సరాల పాటు $R_2\%$ చొప్పున పెరిగి, తర్వాతి '$n_3$' సంవత్సరాల పాటు $R_3\%$ తగ్గితే ఆ రాశి తుది విలువ

$$= P\left(1+\frac{R_1}{100}\right)^{n_1}\left(1+\frac{R_2}{100}\right)^{n_2}\left(1-\frac{R_3}{100}\right)^{n_3}$$

ఇదేవిధంగా పై సూత్రాలను ఎన్ని సంవత్సరా లకైనా ఎటువంటి మార్పు శాతాలకైనా కూడా విస్తరించి రాసుకోవచ్చు.

పై సూత్రాలన్నింటినీ నిశితంగా అర్థం చేసుకొని, ఏ సూత్రాన్ని ఎప్పుడు ప్రయోగించాలో జాగ్రత్తగా గమనించాలి.

## ఉదాహరణలు

**1) ఒక యంత్రం ప్రస్తుత విలువ రూ. 1,62,000. దాని విలువ ప్రతి సంవత్సరం 10% చొప్పున తగ్గితే రెండు సంవత్సరాల తర్వాత దాని విలువ ఎంత? అలాగే రెండు సంవత్సరాల క్రితం దాని విలువ ఎంత?**

**సమాధానం:**

దత్తాంశం నుంచి $P = 1,62,000$

$R = 10, n = 2$

రెండు సంవత్సరాల తర్వాత యంత్రం విలువ $= P\left(1-\frac{R}{100}\right)^n$

$$= 1,62,000\left(1-\frac{10}{100}\right)^2$$

$$= 1,62,000\ (0.90)^2$$

$$= 1,62,000 \times 0.81 = 1,31,220$$

$\therefore$ రెండు సంవత్సరాల తర్వాత యంత్రం విలువ = రూ.1,31,220

అలాగే రెండు సంవత్సరాల క్రితం యంత్రం విలువ $= \frac{P}{\left(1-\frac{R}{100}\right)^n}$

$$= \frac{162000}{\left(1-\frac{10}{100}\right)^2} = \frac{1,62,000}{0.81}$$

$$= 2,00,000$$

$\therefore$ రెండు సంవత్సరాల క్రితం యంత్రం విలువ = రూ. 2,00,000

**2) రాము 300 చదరపు గజాల స్థలాన్ని చదరపు గజం రూ. 3000 చొప్పున కొన్నాడు. ఆ స్థలం విలువ మొదటి సంవత్సరం 10%, రెండో సంవ త్సరం 20% చొప్పున పెరిగి మూడు, నాలుగు సంవత్సరాలలో వరుసగా 15%, 10% చొప్పు న తగ్గింది. నాలుగేళ్ల తర్వాత రాము ఆ స్థలం అమ్మితే అతనికి లాభమా, నష్టమా ఎంత?**

**సమాధానం:**

మొదట నాలుగు సంవత్సరాల తర్వాత చదరపు గజం స్థలం విలువ ఎంతో కనుక్కుందాం.

$P = 3000, \quad R_1 = 10, \; R_2 = 20,$

$R_3 = 15, \quad R_4 = 10$

నాలుగు సంవత్సరాల తర్వాత చదరపు గజం స్థలం విలువ

$$= P \times \frac{(100 + R_1)}{100} \times \frac{(100 + R_2)}{100} \times$$

$$\frac{(100 - R_3)}{100} \times \frac{(100 - R_4)}{100}$$

$$= 3000 \times \frac{(100 + 10)}{100} \times \frac{(100 + 20)}{100} \times$$

$$\frac{(100 - 15)}{100} \times \frac{(100 - 10)}{100}$$

$= 3000 \times 1.10 \times 1.20 \times 0.85 \times 0.90$

$= 3029.40$

అంటే 4 సంవత్సరాల తర్వాత చదరపు గజం స్థలం విలువ = రూ. 3029.40 అంటే రాముకు ఒక్కో చదరపు గజం మీద వచ్చే లాభం = రూ. 29.40

$\therefore$ రాముకు వచ్చే మొత్తం లాభం

$= 29.40 \times 300 = 8840$

రాముకు వచ్చే లాభం = రూ.8,840

**3) ఒక నగర జనాభా 5 లక్షలు. ఆ నగర జనాభా మొదటి మూడు సంవత్సరాలు 5% చొప్పున, తరువాతి రెండు సంవత్సరాలు 2% చొప్పున పెరిగి, చివరి మూడు సంవత్సరాలు 2% చొప్పున తగ్గింది. అయితే ఈ '8' సంవత్సరాల తర్వాత ఆ నగర జనాభా ఎంత?**

**సమాధానం:**

దత్తాంశం నుంచి $P = 5,00,000$

$R_1 = 5, n_1 = 3$

$R_2 = 2, \quad n_2 = 2$

$R_3 = 2 \;\; n_3 = 3$

8 సంవత్సరాల తర్వాత నగర జనాభా

$$= P \times \left(1 + \frac{R_1}{100}\right)^{n_1} \left(1 + \frac{R_2}{100}\right)^{n_2} \left(1 - \frac{R_3}{100}\right)^{n_3}$$

$$= 5,00,000 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 \left(1 + \frac{2}{100}\right)^2$$

$\left(1-\frac{2}{100}\right)^3$

$= 5,00,000 \times (1.05)^3 \times (1.02)^3 \times (0.98)^3 = 5,18,645$

∴ 8 సంవత్సరాల తర్వాత నగర జనాభా సుమారుగా 5,18,645.