సగటు మార్పు రేటు

సగటు మార్పు రేటు లేదా సగటు మార్పు శాతం గురించి గత వ్యాసంలో కొంత వరకు చర్చించాం. ఈ శీర్షికలో ఈ అంశానికి సంబంధించి మరికొన్ని ఉదాహరణలు పరిశీలిద్దాం.

ఉదాహరణ: ఒక దేశ ఆర్థిక వ్యవస్థ విలువ మొదటి సంవత్సరంలో 2%, రెండో సంవత్సరంలో 2.5%, మూడో సంవత్సరంలో 3%, నాలుగో సంవత్స రంలో 4% చొప్పున పదో సంవత్సరంలో 10% పెరిగితే ఈ పది సంవత్సరాల కాలంలో దేశ ఆర్థిక వ్యవస్థ వార్షిక సగటు పెరుగుదల రేటును కనుక్కోండి (APPSC, Group-I, Model Paper, 2007)

సమాధానం: దత్తాంశం ప్రకారం మొదట ఐదు, ఆరు, ఏడు, ఎనిమిది, తొమ్మిది సంవత్సరాల్లో ఆర్థిక వ్యవస్థ విలువ వరుసగా 5%, 6%, 7%, 8%, 9% చొప్పున పెరిగిందని భావించాలి.

ఈ పది సంవత్సరాల కాలంలో ప్రతి సంవ త్సరం ప్రారంభంలో దేశ ఆర్థిక వ్యవస్థ విలువ 100 యూనిట్లు అనుకుందాం. ఇప్పుడు ఇచ్చిన దత్తాంశాన్నంతా పట్టికలో పొందుపర్చాలి(కింది పట్టికను పరిశీలించండి).

సం॥	సం॥ప్రారంభంలో ఆర్థిక వ్యవస్థ విలువ	పెరుగుదల శాతం	సం॥ చివర ఆర్థిక ఆర్థిక వ్యవస్థ విలువ
1	100	2	100+2=102
2	100	2.5	100+2.5=102.5
3	100	3	100+3=103
4	100	4	100+4=104
5	100	5	100+5=105
6	100	6	100+6=106
7	100	7	100+7=107
8	100	8	100+8=108
9	100	9	100+9=109
10	100	10	100+10=110

పట్టికలో చివరి నిలువు వరుసలోని విలువల గుణమధ్యమం

$= (102 \times 102.5 \times 103 \times 104 \times \text{---} \times 109 \times 110)^{1/10} = 105.608$

అంటే సగటున ప్రతి సంవత్సరం ప్రారంభం లో దేశ ఆర్థిక వ్యవస్థ 100 యూనిట్లు ఉంటే సంవ త్సరం చివరన దాని విలువ 105.608 యూనిట్లు ఉంటుందన్నమాట.

$\therefore$ దేశ ఆర్థిక వ్యవస్థ వార్షిక సగటు పెరుగుదల రేటు = 105.608 – 100 = 5.608%

గమనిక: పై సమాధానంలో గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోవడానికి Logarithms (సంవర్గమానా లు) కూడా ఉపయోగపడతాయి. అయితే ఎలా చేసి నా ఒకే సమాధానం వస్తుంది. సంవర్గమానాలను ఎలా ఉపయోగించాలో ఈ కింది ఉదాహరణ ద్వారా చూద్దాం.

ఉదాహరణ: ఒక వస్తువు ధర ముందు సంవత్సరంతో పోల్చితే 1992లో 5% పెరిగింది. అలాగే 1993లో 8%, 1994లో 77% పెరిగింది. అయితే 1992 నుంచి 1994 వరకు వస్తువు ధరలో వార్షిక సగటు పెరుగుదల శాతం ఎంత?

సమాధానం: ప్రతి సంవత్సరం ప్రారంభంలో వస్తువు ధర 100 యూనిట్లు అనుకొని, ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని పట్టీకరిస్తే (పట్టిక 2 చూడండి)

పట్టిక – II

సం॥	ప్రారంభంలో వస్తువు ధర	చివరలో వస్తువు ధర (x_i)	**Log x_i**
1991–92	100	100+5=105	Log 105=2.0212
1992–93	100	100+8=108	Log 108=2.0334
1993–94	100	100+77=177	Log 177=2.2480
		$\Sigma \text{Log} x_i$= 6.3026	

వ్యక్తిగత శ్రేణి గుణమధ్యమం

$$= \text{Anti log}\left[\frac{\sum \log x_i}{n}\right]$$

పైపట్టిక నుంచి $\Sigma \log x_i$= 6.3026, n = 3

∴ 105, 108, 177ల గుణమధ్యమం

$$= \text{Anti log}\left[\frac{6.3026}{3}\right]$$

= Antilog [2.1009] = 126.2

అంటే ప్రతి సంవత్సరం ప్రారంభంలో సగటున వస్తువు ధర 100 యూనిట్లు ఉంటే సంవత్సరం చివర దాని ధర 126.2 యూనిట్లు ఉంటుందని అర్థం.

వస్తువు ధరలోని సగటు పెరుగుదల రేటు

= 126.2 – 100 = 26.2

∴ సమాధానం = 26.2%

గమనిక: ఈ సమస్యను సంవర్గమానాల (Logari- thms)ను ఉపయోగించకుండా మొదటి సమస్యను సాధించిన పద్ధతిలో సాధించవచ్చు.

కొన్ని సంవత్సరాల్లో పెరుగుదల రేటు, కొన్ని సంవత్సరాల్లో తగ్గుదల రేటు నమోదైతే సగటు పెరుగుదల/తగ్గుదల రేటు ఎలా కనుక్కోవాలో చూద్దాం.

ఉదాహరణ: ఒక స్థలం విలువ మొదటి సంవ త్సరంలో 10%, రెండో సంవత్సరంలో 20%, మూడో సంవత్సరంలో 15% పెరిగింది. తర్వాత రెండు సంవత్సరాల్లో స్థలం విలువ సగటున 19% చొప్పున తగ్గింది. అయితే ఈ ఐదు సంవత్సరాల్లో స్థలం విలువలోని వార్షిక సగటు పెరు గుదల/తగ్గుదల రేటును కనుక్కోండి?

సమాధానం: స్థలం విలువ కొన్ని సంవత్సరాల్లో పెరగడం, కొన్ని సంవత్సరాల్లో తగ్గడాన్ని గమనించవచ్చు. పెరుగుదలను ధనాత్మకంగా, తగ్గుదలను రుణాత్మకంగా భావించవచ్చు. (కింది పట్టిక పరిశీలించండి)

సం॥	సం॥ప్రారంభంలో స్థలం విలువ	స్థలం విలువలోని మార్పు శాతం	సం॥చివర స్థలం విలువ
1	100	+ 10	100 + 10 = 110
2	100	+ 20	100 + 20 = 120
3	100	+ 15	100 + 15 = 115
4	100	- 19	100 - 19 = 81
5	100	-19	100-19 = 81

110, 120, 115, 81, 81ల గుణమధ్యమం

$= (110 \times 120 \times 115 \times 81 \times 81)^{1/5}$

$= 99.9190$

పై గుణాత్మక మధ్యమం నుంచి ఈ ఐదు సంవత్సరాల కాలంలో స్థలం విలువ మొత్తం మీద తగ్గిందని చెప్పవచ్చు.

∴ స్థలం విలువలో సగటు తగ్గుదల శాతం

$= 100 - 99.9190 = 0.081\%$

ఉదాహరణ: ఒక కంపెనీ అమ్మకాల జ్యామితీయ పెరుగుదల రేటు మొదటి మూడు సంవత్సరాల్లో 25%, తర్వాత మూడు సంవత్సరాల్లో 40%గా నమోదైంది. అయితే ఈ ఆరు సంవత్సరాల్లో వార్షిక సగటు పెరుగుదల రేటు 65% అనే వాదన సరైందా? సమాధానాన్ని విశ్లేషించండి.
(2001, Civil Servi ces Mains)

సమాధానం: జ్యామితీయ పెరుగుదల రేటు (Geometric rate of growth)ను గుణమ ధ్యమం ఆధారంగా గణిస్తారు. కాబట్టి జ్యామితీయ పెరుగుదల రేటు అంటే వార్షిక సగటు పెరుగుదల రేటునే సూచిస్తుంది. ప్రతి సంవత్సరం ప్రారం భంలో కంపెనీ అమ్మకాల విలువ 100 యూనిట్లు అనుకుంటే ప్రతి సంతవ్సరం చివర్లో కంపెనీ అమ్మకాల విలువలు వరుసగా 100+25, 100+25, 100+25, 100+40, 100+40, 100+40 అవుతాయి. అంటే 125, 125, 125, 140, 140, 140 అవుతాయి. వీటి గుణమధ్యమం

$= (125 \times 125 \times 125 \times 140 \times 140 \times 140)^{1/6} = 132.2875$

∴ కంపెనీ అమ్మకాల వార్షిక సగటు పెరుగుదల శాతం = 132.2875 – 100

= 32.2875

కాబట్టి దత్తాంశంలో ఇచ్చిన 65% సగటు పెరుగుదల రేటు సరైంది కాదు.

ఉదాహరణ: ఒక కంపెనీ మూడు సంవత్సరాల్లో యాజమాన్యానికి, కార్మికులకు చెల్లించిన మొత్తం వార్షిక వేతనాలు కింది విధంగా ఉన్నాయి. అయితే మొత్తం వేతనాలు, యాజమాన్యానికి చెల్లించిన వేతనాల మధ్య వార్షిక సగటు నిష్పత్తి ఎంత?

సం॥	యాజమాన్యం (రూ.లలో)	కార్మికులు (రూ. లలో)
2006	61,000	1,35,000
2007	68,000	1,60,000
2008	72,000	1,80,000

సమాధానం: 2006 సంవత్సరంలో మొత్తం వేతనాలు, యాజమాన్యం వేతనాలకు

నిష్పత్తి= $\frac{61,000+1,35,000}{61,000}$ = 3.213

అలాగే 2007లో నిష్పత్తి = $\frac{68,000+1,60,000}{68,000}$ = 3.353

అలాగే 2008లో నిష్పత్తి = $\frac{72,000+1,80,000}{72,000}$ = 3.5

సగటు నిష్పత్తి అంటే ఆయా నిష్పత్తుల గుణమధ్యమం

∴ సగటు నిష్పత్తి=$(3.213\times3.353\times3.5)^{1/3}$

$= (39.36)^{1/3} = 3.4018$

∴ వార్షిక సగటు నిష్పత్తి = 3.4018