సగటు

1. ఒక దత్తాంశంలోని 'n' రాశుల సగటు $\bar{x}$. ఆ దత్తాంశంలోని మొదటి రాశికి 2, రెండో రాశికి 4, మూడో రాశికి 6, నాల్గో రాశికి 8 చొప్పున కలిపితే ఏర్పడే కొత్త దత్తాంశం సగటు $\bar{x}+(n+1)$ అవుతుందని నిరూ పించండి?

- దత్తాంశంలోని 'n' రాశులను $x_1, x_2, x_3, ...x_n$ అనుకుంటే..

  వీటి సగటు (అంకమధ్యమం) = రాశులమొత్తం/రాశుల సంఖ్య

  $= \frac{x_1+x_2+x_3+.....+x_n}{n} = \bar{x}$ .....(1)

  ఇప్పుడు మొదటి రాశికి 2, రెండో రాశికి 4, మూడో రాశికి 6 చొప్పున కలిపితే ఏర్పడే కొత్త దత్తాంశం.

  $x_1+2, x_2+4, x_3+6, x_4+8, ..., x_n+2n$

  ఈ కొత్త దత్తాంశం సగటు =

  $\frac{x_1+2+x_2+4+x_3+6+...+x_n+2_n}{n}$

  $\frac{x_1+x_2+x_3+....+x_n}{n}+\frac{2+4+6+....+2n}{n}$

  $\bar{x}+\frac{\Sigma 2n}{n}$ $(\because$ (1) నుంచి)

  $\bar{x}+\frac{n\times(n+1)}{n}$ $(\because \Sigma 2n=n\times(n+1))$

  $= \bar{x}+(n+1)$

  కొత్త దత్తాంశం సగటు = $\bar{x}+(n+1)$

2. ఒక వ్యక్తిని మొదటి 'n' సహజ సంఖ్యల వర్గాల సగటును కనుక్కోమని అడిగారు. ఆ వ్యక్తి మొదటి 'n' సహజ సంఖ్యల సగటును కనుగొని, ఈ సగటు వర్గాన్నే సమాధానంగా చెప్పాడు. ఆ వ్యక్తి అనుసరించిన పద్ధతి సరైందా, కాదా, విశ్లేషించండి?

- మొదట మనం మొదటి 'n' సహజ సంఖ్యల వర్గాల సగటును కనుగొందాం.

  మొదటి 'n' సహజ సంఖ్యల వర్గాల మొత్తం = Σn^2

  $= 1^2 + 2^2 + 3^2 + ...+n^2$

  $= \frac{n\times(n+1)\times(2n+1)}{6}$

  మొదటి 'n' సహజ సంఖ్యల వర్గాల సగటు

$= \frac{\Sigma n^2}{n} \quad = \frac{n \times (n+1) \times (2n+1)}{6 \times n}$

$= \frac{(n+1) \times (2n+1)}{6}$ .....(1)

ఆ వ్యక్తి అనుసరించిన పద్ధతి ప్రకారం సగటు కనుగొందాం

మొదటి 'n' సహజసంఖ్యల మొత్తం = Σn

$= 1 + 2 + 3 + ...+n$

$= \frac{n \times (n+1)}{2}$

మొదటి 'n' సహజ సంఖ్యల సగటు = $\Sigma n/n$

$= \frac{n \times (n+1)}{2 \times n} = \frac{(n+1)}{2}$

ఈ సగటు వర్గం $= \frac{(n+1)^2}{4}$ .....(2)

దీనినే ఆ వ్యక్తి సమాధానంగా చెప్పాడు కానీ (1), (2)ల నుంచి ఆ వ్యక్తి అనుసరించిన పద్ధతి సరైంది కాదని చెప్పొచ్చు.

3. నాలుగేళ్ల క్రితం ఒక కుటుంబంలోని '6' మంది సభ్యుల సగటు వయస్సు 26 ఏళ్లు. తర్వాత కొంత కాలానికి ఆ కుటుంబంలో పాప జన్మించింది. ప్రస్తుతం కూడా ఆ కుటుంబం సగటు వయస్సు 26 ఏళ్లే. ఐతే ప్రస్తుతం ఆ పాప వయసు ఎంత?

- కుటుంబంలోని '6' మంది సభ్యుల సగటు వయసు నాలుగేళ్ల క్రితం 26 సం॥లు కాబట్టి ప్రస్తుతం ఈ '6' మంది సగటు వయస్సు = 26+ 4 = 30 సం॥లు.

''రాశుల మొత్తం= సగటు×రాశుల సంఖ్య'' అనే సూత్రం అనుసరించి ప్రస్తుతం ఈ '6' మంది సభ్యుల వయ స్సుల మొత్తం= 30×6=180 సం॥లు.

కొత్తగా జన్మించిన పాప ప్రస్తుత వయస్సు = x సం॥ అనుకుంటే..

అప్పుడు కుటుంబంలోని '7' మంది సభ్యుల ప్రస్తుత వయస్సుల మొత్తం = 180 + x సం॥లు.

వీరి సగటు వయస్సు = వయస్సుల మొత్తం/సభ్యుల సంఖ్య.

$= \frac{180 + x}{7} = 26$ ($\because$ దత్తాంశం నుంచి)

$\Rightarrow 180 + x = 26 \times 7 = 182$

$\Rightarrow x = 182 - 180 = 2$

$\therefore$ ఆ పాప వయస్సు ప్రస్తుతం 2 సం॥లు.

4. ఏడు వరుస సరిసంఖ్యల సగటు 64 ఐతే అందులోని గరిష్ట సంఖ్య ఎంత?

- ఏడు వరుస సరిసంఖ్యలను ఈ విధంగా అనుకోవచ్చు.

$2n - 6, 2n-4, 2n-2, 2n, 2n+2, 2n+4, 2n+6$

('n' ఏదైనా ఒక చరరాశి కావచ్చు)

వీటి సగటు = రాశుల మొత్తం/రాశుల సంఖ్య

$$= \frac{2n-6+2n-4+2n-2+2n+2n}{+2+2n+4+2n+6}{7}$$

$$= \frac{7\times 2n}{7} = 2n$$

కానీ దత్తాంశం ప్రకారం వీటి సగటు 64.

$\therefore 2n = 64$

కాబట్టి గరిష్ట సంఖ్య = $2n + 6$

$= 64 + 6 = 70$

5. 1990లో ఒక గ్రంథాలయంలో మొత్తం 7,500 పుస్తకాలున్నాయి. వాటి సంఖ్య 1991లో 8%, 1992లో 6% పెరిగింది. ఆంగ్ల పుస్తకాల సంఖ్య 1990లో 4000 కాగా వీటి సంఖ్య 1991లో 10% పెరిగింది. హిందీ పుస్తకాల సంఖ్య 1992లో 5% పెరిగింది. ఆంగ్లంలో టెక్స్ట్ పుస్తకాల సంఖ్య 1990, 1991, 1992ల్లో వరుసగా 1200, 1400, 1550గా ఉంది. ఈ మూడేళ్లలో హిందీలో నాన్-టెక్స్ట్ పుస్తకాల సంఖ్య వరుసగా 2900, 3050, 3125గా ఉంది. ఈ దత్తాంశాన్ని పట్టీకరిం చండి. మొత్తం పుస్తకాల సంఖ్య 1990తో పోల్చితే 1992లో ఎంత శాతం పెరిగింది?

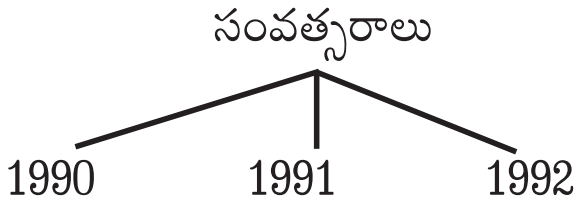
- ఇచ్చిన దత్తాంశంలోని రాశులను, వాటి లోని ఉపవిభాగాలను గుర్తిస్తే...

దత్తాంశం నుంచి 1991లో మొత్తం

పుస్తకాల సంఖ్య $= 7500\times\frac{(100+8)}{100}$

$= 8100$

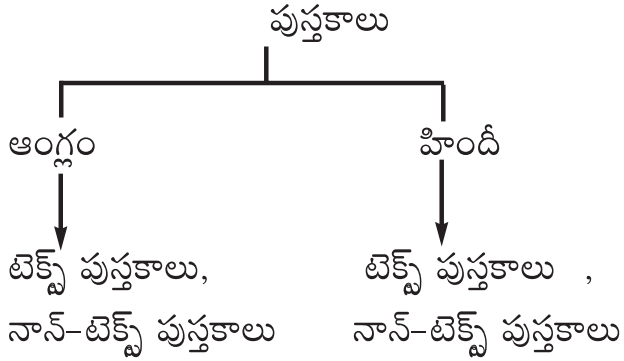
1992లో మొత్తం పుస్తకాల సంఖ్య =



$8100\times\frac{(100+6)}{100} = 8586$

1991లో ఆంగ్ల పుస్తకాల సంఖ్య =

$4000\times\frac{(100+10)}{100} = 4400$



$\Rightarrow$ 1990లో హిందీ పుస్తకాల సంఖ్య = 7500 – 4000

= 3500

1991లో హిందీ పుస్తకాల సంఖ్య = 8100 – 4400 =

3700

1992లో హిందీ పుస్తకాల సంఖ్య =

$$3700\times\frac{(100+5)}{100}=3885$$

$\Rightarrow$ 1992లో ఆంగ్ల పుస్తకాల సంఖ్య = 8586 – 3885 = 4701

ఇప్పుడు ఈ దత్తాంశాన్ని పట్టిక రూపంలో పొందుపరిస్తే...

పై పట్టిక నుంచి 1990తో పోల్చితే 1992లో మొత్తం పుస్తకాల సంఖ్యలోని పెరుగుదల శాతం

$$=\frac{(8586-7500)}{7500}\times 100 = 14.48$$

6. కింది శ్రేణుల్లో ఇమడని వాటిని (odd man) గుర్తించండి?

1990-92లో గ్రంథాలయంలోని పుస్తకాల వివరాలు

సం॥	ఆంగ్ల పుస్తకాల సంఖ్య			హిందీ పుస్తకాల సంఖ్య			మొత్తం పుస్తకాల సంఖ్య		
	Text	Non-Text	Total	Text	Non-Text	Total	Text	Non-Text	Total
1990	1200	2800	4000	600	2900	3500	1800	5700	7500
1991	1400	3000	4400	650	3050	3700	2050	6050	8100
1992	1550	3151	4701	760	3125	3885	2310	6276	8586

ఎ) 4, 5, 12, 38, 160, 805, 4836.

బి) 3, 7, 16, 32, 56, 93, 142

సి) 11, 18, 29, 42, 59, 80, 101

డి) 2, 9, 32, 105, 436, 2195, 13182

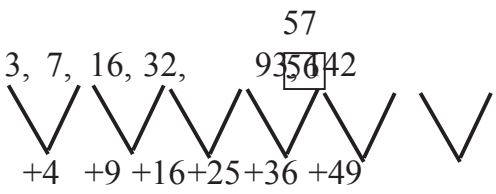
ఇ) 5, 55, 495, 3465, 17325, 34650, 51975

- ఎ. ఇచ్చిన శ్రేణుల్లోని క్రమమైన పద్ధతి (Pattern)ని గుర్తిస్తే..

$4\times1+1=5,\ 5\times2+2=12,$
$12\times3+3=39,\ 39\times4+4=160,$
$160\times5+5=805,\ 805\times6+6=4836.$

$\therefore$ ఇమడని సంఖ్య = 38

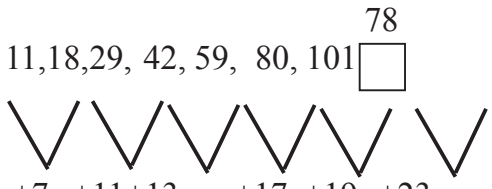
బి. ఇచ్చిన శ్రేణిలో వరుస సంఖ్యల మధ్య భేదాన్ని గమనిస్తే...



4, 9, 6, ... ఇవి వరుస సహజ సంఖ్యల వర్గాలు.

$\therefore$ ఇమడని సంఖ్య = 56

సి. ఇచ్చిన శ్రేణిలో వరుస సంఖ్యల మధ్య భేదాన్ని గమనిస్తే...



7, 11, 13, ... ఇవి వరుస ప్రధాన సంఖ్యలు.

$\therefore$ ఇమడని సంఖ్య = 80

డి. ఈ శ్రేణిలో కుడి నుంచి ఎడమకు వరుస సంఖ్యల మధ్య

సంబంధాలను గమనిస్తే..

$\frac{13182}{6} - 2 = 2195,$

$\frac{2195}{5} - 3 = 436,$ $\frac{436}{4} - 4 = 105,$

$\frac{105}{3} - 5 = 30,$ $\frac{30}{2} - 6 = 9,$

$\frac{9}{1} - 7 = 2$

∴ ఇమడని సంఖ్య = 32

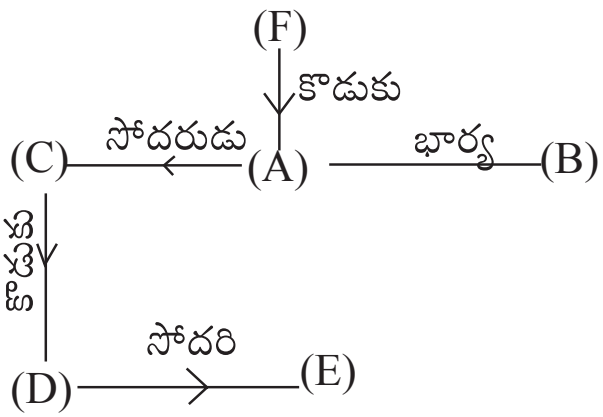
ఇ. ఎడమ నుంచి కుడికి వరుస సంఖ్యల మధ్య సంబంధాన్ని గమనిస్తే...

$5 \times 11 = 55,$
$55 \times 9 = 495,$
$495 \times 7 = 3465,$
$3465 \times 5 = 17325,$
$17325 \times 3 = 51975,$

∴ శ్రేణిలో ఇమడని సంఖ్య = 34650

7. ఒక కుటుంబంలో A, B, C, D, E, F అనే ఆరుగురు సభ్యులు ఉన్నారు. వీరిలో A, Bలు వివాహిత జంట. 'C' ఏకైక కుమారుడు 'D'. 'A'కి స్వయానా సోద రుడు 'C'. 'D'కి స్వయానా సోదరి 'E'. 'F' కొడుకు భార్య 'A'. 'F' అనే వ్యక్తి చనిపో యాడు. ఐతే ప్రస్తుతం ఆ కుటుంబంలో ఎంతమంది పురుషులు ఉన్నారు. B, Dల మధ్య సంబంధం ఏమిటి?

- దత్తాంశంలో ఇచ్చిన సంబంధాలను వృక్ష చిత్రం ద్వారా ప్రదర్శిస్తే...



పై వృక్షచిత్రం నుంచి ప్రస్తుతం ఆ కుటుంబంలోని పురుషులు A, C, D.

∴ కుటుంబంలో పురుషుల సంఖ్య = 3

అలాగే B, Dల మధ్య సంబంధాలను విశ్లేషిస్తే... 'D' తండ్రి సోదరుడి భార్య 'B'.

∴ 'D'కి 'B' పెద్దమ్మ లేదా చిన్నమ్మ అవుతుంది.