సగటు-4

'సగటు' అనే అంశం నుంచి గ్రూప్-1, మెయిన్స్‌లో 20-30 మార్కుల వరకు వచ్చే అవకాశం ఉంది. 'సగటు'కు సంబంధించిన కొన్ని ఉదాహరణలను పరిశీలిద్దాం.

ఉదాహరణలు:

1. ఒక పాఠశాలలోని 50 మంది విద్యార్థులను A, B, C అనే సెక్షన్‌లుగా విభజించారు. ఈ 50 మంది విద్యార్థులు ఒక పరీక్షకు హాజర య్యారు. A, B సెక్షన్ల విద్యార్థులను కలిపితే సగటు మార్కులు 52.5. అదే విధంగా A, C సెక్షన్లను కలిపితే సగటు 60 మార్కులు, B, C సెక్షన్లను కలిపితే సగటు 70 మార్కులు, మూడు సెక్షన్లూ కలిపితే సగటున 60 మార్కులు వచ్చాయి. అయితే 'C' సెక్షన్‌లోని విద్యార్థుల సంఖ్య ఎంత?
(A, B సెక్షన్లలో విద్యార్థుల సంఖ్య సమా నంగా ఉంది)

సమాధానం:

A, B సెక్షన్లలో ఒక్కో సెక్షన్‌లోని విద్యార్థుల సంఖ్య = 'x' అనుకొంటే...

అప్పుడు 'C' సెక్షన్‌లోని విద్యార్థుల సంఖ్య = $50 - 2x$

రాశుల మొత్తం = రాశుల సంఖ్య × సగటు అనే సూత్రాన్ని అనుసరించి A, B రెండు సెక్షన్లలోని విద్యార్థుల మార్కుల మొత్తం

$= (x + x)\ 52.5$

$= 105x$ ——— (1)

ఇదే విధంగా, 'A', 'C' సెక్షన్ విద్యార్థుల మార్కుల మొత్తం = $(x + 50 - 2x)\ 60$

$= (50 - x)\ 60$

$= 3000 - 60x$ ——— (2)

'B', 'C' సెక్షన్ విద్యార్థుల మార్కుల మొత్తం =

$(x + 50 - 2x)\ 70$

$= (50 - x)\ 70$

$= 3500 - 70x$ ——— (3)

A, B, C మూడు సెక్షన్ల విద్యార్థుల మార్కుల మొత్తం = 50×60

$= 3000$ ——— (4)

(1), (2), (3) & (4)ల నుంచి

$105x + 3000 - 60x + 3500 - 70x = 2 \times 3000$

$\Rightarrow 6500 - 25x = 6000$

$\Rightarrow 25x = 6500 - 6000 = 500$

$\Rightarrow x = \frac{500}{25} = 20$

ఇప్పుడు 'C' సెక్షన్‌లోని విద్యార్థుల సంఖ్య

$= 50 - 2x$

$= 50 - 2 \times 20$

$= 50 - 40 = 10$

$\therefore$ 'C' సెక్షన్‌లో '10' మంది విద్యార్థులు ఉన్నారు.

2. ఒక పరీక్షలో 55 మంది విద్యార్థుల సగటు మార్కులు 88. మొదటి నాలుగు ర్యాంకులు పొందిన విద్యార్థులను మినహాయిస్తే సగటు మార్కులు '4' తగ్గుతాయి. రెండో ర్యాంకు పొందిన విద్యార్థికి 133 మార్కులు వచ్చాయి. మార్కులు అన్నీ పూర్ణాంకాలుగానే ఉన్నాయి. ఏ ఇద్దరు విద్యార్థులకూ సమాన మార్కులు రాలేదు. అయితే మొదటి ర్యాంకు సాధించిన విద్యార్థికి కనిష్టంగా ఎన్ని మార్కులు వచ్చే అవకాశం ఉంది?

సమాధానం:

రాశుల మొత్తం = రాశుల సంఖ్య × సగటు అనే సూత్రాన్ని అనుసరించి, 55 మంది విద్యార్థుల మార్కుల మొత్తం = 55×88

$= 4,840$ —— (1)

మొదటి 4 ర్యాంకులు పొందిన వారిని మినహాయిస్తే, మిగిలిన 51 మంది విద్యార్థుల సగటు మార్కులు = $88 - 4 = 84$

ఈ 51 మంది విద్యార్థుల మార్కుల మొత్తం =

51×84

$= 4,284$ —— (2)

(1), (2)ల నుంచి మొదటి '4' ర్యాంకులు పొందిన విద్యార్థుల మార్కుల మొత్తం =

$4,840 - 4,284 = 556$

దత్తాంశం ప్రకారం మూడు, నాలుగు ర్యాంకులు పొందిన విద్యార్థులకు గరిష్ట మార్కులు వరుసగా 132, 131 వచ్చే అవకాశం ఉంది.

$\therefore$ మొదటి ర్యాంకు పొందిన విద్యార్థికి రావడానికి అవకాశం ఉన్న కనిష్ట మార్కులు

$= 556 - (133 + 132 + 131)$

$= 556 - 396 = 160$

3. మూడు సంఖ్యల్లో మొదటి సంఖ్య రెండో సంఖ్యకు రెట్టింపు. మూడో సంఖ్య రెండో సంఖ్యలో సగం. మూడింటి అంకమధ్యమం 42 అయితే ఆ మూడు సంఖ్యల గుణ మధ్య మం, హరాత్మక మధ్యమాలను కనుగొనండి.

సమాధానం:

మూడో సంఖ్య = 'x' అనుకుంటే....

అప్పుడు రెండో సంఖ్య = $2x$,

మొదటి సంఖ్య = $4x$ అవుతుంది.

$$\text{అంకమధ్యమం} = \frac{\text{రాశుల మొత్తం}}{\text{రాశుల సంఖ్య}}$$

అనే సూత్రాన్ని అనుసరించి, ఈ మూడు సంఖ్యల అంకమ ధ్యమం

$$= \frac{4x + 2x + x}{3}$$

$$= \frac{7x}{3}$$

దత్తాంశం ప్రకారం

$$\frac{7x}{3} = 42$$

$$\Rightarrow x = 42 \times \frac{3}{7}$$

$= 18$

$\therefore$ మూడు సంఖ్యలు = $4\times18, 2\times18, 18$

$= 72, 36, 18$ అవుతాయి.

a, b, c,ల గుణ మధ్యమం

$= (a \times b \times c)^{\frac{1}{3}}.$

అనే సూత్రాన్ని అనుసరించి,

ఈ మూడు సంఖ్యల గుణ మధ్యమం

$= (72 \times 36 \times 18)^{\frac{1}{3}}$

$= (2 \times 36 \times 36 \times 18)^{\frac{1}{3}}$

$= (36 \times 36 \times 36)^{\frac{1}{3}}$

$= 36$

$\therefore$ గుణ మధ్యమం = 36

a, b, cల హరాత్మక మధ్యమం = $\frac{3}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}$ అనే సూత్రాన్ని

అనుసరించి, పై మూడు సంఖ్యల హరాత్మక మధ్యమం

$=\frac{3}{\frac{1}{72}+\frac{1}{36}+\frac{1}{18}}$

$=\frac{3}{\frac{1+2+4}{72}}$

$=3\times\frac{72}{7}$

$=\frac{216}{7}$ $= 30.857$

$\therefore$ హరాత్మక మధ్యమం = 30.857

పై ఉదాహరణ నుంచి మనం కింది విష యాన్ని గమనించవచ్చు.

అంకమధ్యమం $\geq$ గుణమధ్యమం $\geq$ హరా త్మక మధ్యమం.

4. ఒక వసతి గృహంలో 100 మంది బాలురు ఉన్నారు. 20 మంది బాలురు అదనంగా చేరగా ఒక్క రోజుకు వసతి గృహ నిర్వహణకు అయ్యే ఖర్చు రూ. 400 పెరిగింది, ఒక్కో బాలుడికి రోజుకు సగటున అయ్యే ఖర్చు రూ. 2.50 తగ్గింది. అయితే ప్రస్తుతం ఆ వసతి గృహ నిర్వహణకు నెలకు అయ్యే మొత్తం ఖర్చు ఎంత?

సమాధానం:

20 మంది బాలురు చేరక ముందు ఒక్కో బాలుడికి సగటున ఒక్క రోజుకు వసతి గృహ నిర్వహణకు అయ్యే ఖర్చు = రూ. x అను కుంటే

అప్పుడు 100 మంది బాలురకు సగటున ఒక్క రోజుకు అయ్యే ఖర్చు = రూ. $100x$.

దత్తాంశం ప్రకారం, 20 మంది అదనంగా చేరిన తర్వాత ఒక్క రోజు వసతి గృహ నిర్వ హణకు అయ్యే ఖర్చు =

రూ. $100x + 400$ —— (1)

వసతి గృహంలోని బాలుర సంఖ్య

= 100 + 20

= 120

ఒక్కో బాలుడికి సగటున ఒక్కో రోజుకు అయ్యే ఖర్చు =

రూ. $\frac{100x + 400}{120}$

= రూ. $\frac{100x}{120} + \frac{400}{120}$

= రూ. $\frac{5x}{6} + \frac{10}{3}$

దత్తాంశం ప్రకారం

$\frac{5x}{6} + \frac{10}{3} = x - 2.5 = x - \frac{5}{2}$

$\Rightarrow \frac{10}{3} + \frac{5}{2} = x - \frac{5x}{6}$

$\Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{20 + 15}{6} = \frac{35}{6}$

$\Rightarrow x = 35.$

(1) నుంచి, ప్రస్తుతం వసతి గృహ నిర్వహ ణకు ఒక్క రోజుకు అయ్యే ఖర్చు =

$100x + 400$

$= 100 \times 35 + 400$

$= 3,500 + 400$

= రూ. 3,900

∴ ప్రస్తుతం వసతి గృహ నిర్వహణకు నెలకు అయ్యే ఖర్చు

= రూ. $3,900 \times 30$

= రూ. 1,17,000.