సాంఖ్యక శాస్త్రం-2

గత సంచికలో సాంఖ్యక శాస్త్రానికి సంబంధించిన ప్రాథమిక అంశాలను చర్చించాం. ఇప్పుడు వీటికి సంబంధించి మరి కొన్ని అంశాలను, కొన్ని ఉదాహరణలను చర్చిద్దాం.

సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనాలు:

సాధారణ పౌనఃపున్య పట్టికలో కేవలం ఆయా తరగతుల పౌనఃపున్యాలను మాత్రమే పరిశీలిం చగలం. కొన్ని సందర్భాల్లో దత్తాంశంలోని ఏదైనా ఒక విలువ కంటే ఎక్కువ లేదా తక్కువ పరిమాణం కలిగిన పౌనఃపున్యాల సంఖ్య అవసరం అవుతుంది. ఇటువంటి సందర్భాలలో సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనాలు ఉపయోగపడతాయి. ఇవి రెండు రకాలు:

1. ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనం
   (Less than Cumulative Frequen-cy)
2. అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనం
   (Greater than Cumulative Frequency

ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనం

ఒక పౌనఃపున్య విభాజనంలో మొదటి నుంచి ఒక తరగతి ఎగువ అవధి వరకు ఉండే పౌనఃపున్యాల మొత్తాన్ని ఆ తరగతి ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యం అంటారు.

ఉదాహరణ:

బరువు(కిలోల్లో)	విద్యార్థుల సంఖ్య	ఆరోహణ సంచిత పౌ.పు.
20 – 25	6	6
25 – 30	8	6+8=14
30 – 35	10	6+8+10=24
35 – 40	10	6+8+10+10=34
40 – 45	6	6+8+10+10+6=40

అంటే 30 కిలోల కంటే తక్కువ బరువు ఉన్న మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య 14, అలాగే 40 కిలోల కంటే తక్కువ బరువు ఉన్న మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య 34, ఈ విధంగా అన్నమాట. అన్ని తరగతుల పౌనఃపున్యాల మొత్తం చివరి తరగతి ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యానికి సమానం.

అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనం:

తరగతి దిగువ అవధి కంటే ఎక్కువ పరిమాణం కలిగిన మొత్తం పౌనఃపున్యాన్ని ఆ తరగతి అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యం అని అంటారు.

బరువు(కిలోల్లో)	విద్యార్థుల సంఖ్య	అవరోహణ సంచిత పౌ.పు.
20 – 25	6	6+8+10+10+6=40
25 – 30	8	8+10+10+6=32
30 – 35	10	10+10+6=26
35 – 40	10	10+6=16
40 – 45	6	6

అంటే 25 కిలోలు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ బరువు ఉండే విద్యార్థుల మొత్తం సంఖ్య 32, అలాగే 35 కిలోలు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ బరువు ఉండే విద్యార్థుల సంఖ్య 16, ఈ విధంగా అన్నమాట. అన్ని తరగతుల పౌనఃపున్యాల మొత్తం మొదటి తరగతి అవరోహణ సంచిత పౌనఃపు న్యానికి సమానం.

కేంద్ర స్థానపు కొలతలు:

పౌనఃపున్య విభాజనానికి సంబంధించి కేంద్ర స్థానాన్ని కొలవడానికి ముఖ్యంగా మూడు రకాల కొలతలు అందుబాటులో ఉన్నాయి. అవి.

1) అంక మధ్యమం లేదా అంకగణిత సగటు
   (Artihmetic Mean)
2) మధ్యగతం లేదా మధ్యంతర సగటు
   (Median)
3. బాహుళకం (Mode)

అంక మధ్యమం:

కేంద్ర స్థానాన్ని కొలవడానికి తరచుగా ఉపయో గించే కొలత ఇది.

అంక మధ్యమం =

$$\frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \ldots\ldots + f_4x_4}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots\ldots + f_4} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{\sum fx}{N}$$

$f_1, f_2, f_3 \ldots$ అనేవి పౌనఃపున్యాలు,

$x_1, x_2, x_3 \ldots$ అనేవి తరగతి మధ్య విలువలు

ఉదాహరణ:

ఈ కింది తరగతుల అంకగణితపు

సగటు ఎంత?

మార్కులు	**విద్యార్థుల సంఖ్య**
0 – 10	5
10 – 20	7
20 – 30	15
30 – 40	8
40 – 50	3
50 – 60	2

సమాధానం:

ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనానికి ఆయా తరగతుల మధ్య విలువలను కనుగొని ఈ విధంగా రాయొచ్చు.

మార్కులు	**విద్యార్థుల సంఖ్య (f)**	**తరగతుల మధ్య విలువ (x)**	**f × x**
0 – 10	5	$\frac{0+10}{2}$ =5	25
10 – 20	7	15	105
20 – 30	15	25	375
30 – 40	8	35	280
40 – 50	3	45	135
50 – 60	2	55	110
మొత్తం	N=40		1020

పై పౌనఃపున్య పట్టిక నుంచి

$\sum fx = 1020,$

$\sum f = N = 40$

అంకమధ్యమం = $\frac{\sum fx}{N} = \frac{1020}{40} = 25.5$

$\therefore$ ఇచ్చిన దత్తాంశం అంకగణిత సగటు = 25.5

అంటే తరగతిలోని విద్యార్థులకు వచ్చిన సగటు మార్కులు 25.5 అని అర్థం.

అంకగణిత సగటు విశిష్టత (Merits):

1. ఇది కేవలం ఒకే విధంగా నిర్వచించి, ఒకే ఒక విలువను కలిగి ఉంటుంది.
2. ఇది దత్తాంశంలోని అన్ని విలువలపై కూడా ఆధారపడి ఉంటుంది.
3. సులభంగా గణించవచ్చు, సులభంగా అవగా హన చేసుకోవచ్చు.

అంకగణిత సగటు – లోపాలు (Demerits):

1. ఈ సగటుపై దత్తాంశంలోని విపరీత అంశాల ప్రభావం ఉంటుంది. అంటే అత్యధిక, అత్యల్ప విషయాల వల్ల ఈ సగటులో చాలా మార్పు వస్తుంది.
2. ఇది కేవలం వర్ణనాత్మకమైన కొలత మాత్రమే. ఇది దత్తాంశంలోని అన్ని విలువలను ప్రతిబింభించలేదు.

ఉదాహరణ:

50 షాపుల్లో రోజువారి విద్యుత్ వినియోగం యూని ట్లలో ఇవ్వడమైంది. ఈ పౌనఃపున్య విభాజనానికి సగటును కనుక్కోండి?

విద్యుత్ వినియోగంషాపుల సంఖ్య

20 – 29	5
30 – 39	12
40 – 49	16
50 – 59	10
60 – 69	4
70 – 79	3

సమాధానం:

ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనానికి ఆయా తరగతుల మధ్య విలువలను కనుగొని ఈ విధంగా రాయ వచ్చు.

విద్యుత్ వినియోగం	షాపుల సంఖ్య (f)	తరగతుల మధ్య విలువలు (x)	f × x

20 – 29	5	20+29/2 = 24.5	122.5
30 – 39	12	34.5	414.0
40 – 49	16	44.5	712.0
50 – 59	10	54.5	545.0
60 – 69	4	64.5	258.0
70 – 79	3	74.5	223.5
మొత్తం	N=50		2275

పై పట్టిక నుంచి $\Sigma fx = 2275,$

$\Sigma f = N = 50$

అంకగణిత సగటు = $\frac{\sum fx}{N} = \frac{2275}{50} = 45.5$

∴ ఇచ్చిన దత్తాంశం సగటు = 45.5 అంటే సగటున ఒక్కో షాపు రోజుకు 45.5 యూనిట్ల విద్యుత్‌ను వినియోగిస్తున్నట్లు అర్థం.

మధ్యగతం

దత్తాంశంలోని విలువలను ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో రాసిన తర్వాత సరిగ్గా మధ్యలో ఉండే విలువనే ''మధ్యగతం'' అని అంటారు. వర్గీకృతం కాని దత్తాంశానికి మధ్యగ తాన్ని కింది విధంగా కనుక్కోవచ్చు.

మొదట దత్తాంశంలో అన్ని విలువలను ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో అమర్చాలి. ఇచ్చిన సంఖ్య అయితే $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ స్థానంలోని విలువ దత్తాంశంలో 'n' విలువలు ఉండి, 'n' బేసి మధ్యగతం అవి $\frac{n}{2}, \frac{n}{2}+1$ విలువలు అవుతాయి. ఇటువంటి 'n' సరిసంఖ్య అయితే మధ్యవిలువలు రెండు ఉంటాయి. అలాగ

సందర్భంలో ఈ రెండింటి సగటును 'మధ్యగతం' గా భావిస్తాం.

ఉదాహరణ:

ఈ కింది రాశుల మధ్యగతాన్ని కనుక్కోండి?

3, 12, 6, 8, 1, 15, 18, 7, 5

సమాధానం:

ఇచ్చిన రాశులను ఆరోహణ క్రమంలో రాస్తే,

1, 3, 5, 6, 7, 8, 12, 15, 18

రాశుల సంఖ్య = 9 (బేసిసంఖ్య)

∴ 9+1/2 = 5వ స్థానంలోని రాశి మధ్యగతం అవుతుంది. ∴ మధ్యగతం = 7

ఉదాహరణ:

ఒక చలరాశి విలువలు

30, 5, 21, 42, 13, 10, 27, 33, 17, 8 అయితే

వాటి మధ్యగతం ఎంత?

సమాధానం:

ఇచ్చిన చలరాశి విలువలను ఆరోహణ క్రమంలో రాయగా,

5, 8, 10, 13, 17, 21, 27, 30, 33, 42.

దత్తాంశంలోని రాశుల సంఖ్య = 10, అంటే $\frac{10}{2}, \frac{10}{2}+1$ అంటే 5, 6 స్థానాల్లోని రాశుల సగటు మధ్యగతం అవుతుంది.

మధ్యగతం = $\frac{17+21}{2}$ = 19