కాలం-దూరం-3

సగటు వేగం – సగటు మైలేజీ

'సగటు వేగం' అనే అంశం అన్ని పోటీ పరీక్షలకూ అవసరమైందే. గ్రూప్–I మెయిన్స్, సివిల్ సర్వీసెస్ మెయిన్స్ వంటి పరీక్షలకు కూడా సగటు వేగం, సగటు మైలేజీ అనే అంశాలు ఎంతో ప్రధానమైనవి. ఈ అంశాల నుంచి ప్రశ్నలు రావడానికి కచ్చితంగా అవకాశం ఉంది.

సగటు వేగం (Average Speed or Average Velocity): అన్ని దశల్లో కలిపి ఒక వాహనం సగటు వేగం = ఆయా దశల్లో వాహనం ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం / ఆయా దశల్లో వాహనం ప్రయాణించిన మొత్తం కాలం

ఈ సూత్రాన్ని సూక్ష్మంగా ఈ విధంగా రాస్తారు.

సగటు వేగం = మొత్తం దూరం/మొత్తం కాలం

మొత్తం దూరం = సగటు వేగం × మొత్తం కాలం

కొన్ని ప్రత్యేక సందర్భాలు:

Case (i): వివిధ దశల్లో వాహనం ప్రయాణించిన వేగం స్థిరంగా ఉంటే ఆ స్థిరమైన వేగమే సగటు వేగం అవుతుంది.

ఉదా: ఒక కారు మొదటి 2 గంటలు 60 కేఎంపీహెచ్ వేగంతో, ఆ తర్వాత 180 కి.మీ.ల దూరాన్ని కూడా 60 కేఎంపీహెచ్ వేగంతో ప్రయాణిస్తే ఆ కారు సగటు వేగం ఎంత?

సమాధానం: దత్తాంశం ప్రకారం రెండు దశల్లోనూ కారు వేగం స్థిరంగా ఉంది (60 కేఎంపీహెచ్). కాబట్టి ఈ స్థిరమైన వేగమే సగటు వేగం అవుతుంది.

∴ కారు సగటు వేగం = 60 కేఎంపీహెచ్

Case (ii): వివిధ దశల్లో ప్రయాణం చేసిన కాలాలు సమానంగా ఉంటే సగటు వేగం = ఆయా దశల్లోని వేగాల అంకమధ్యమం.

ఉదా: ఒక వ్యక్తి మొదటి రెండు గంటలు కారులో 90 కేఎంపీహెచ్ వేగంతో, ఆ తర్వాత రెండు గంటలు బస్సులో 60 కేఎంపీహెచ్ వేగంతో, చివరి రెండు గంటలు ఆటోలో 30 కేఎంపీహెచ్ వేగంతో ప్రయాణిస్తే మొత్తం ప్రయాణంలో ఆ వ్యక్తి సగటు వేగం ఎంత?

సమాధానం: మెథడ్–I

దత్తాంశం ప్రకారం ఆ వ్యక్తి ప్రయాణించిన మూడు దశల్లోనూ (కారు, బస్సు, ఆటో) ప్రయాణ కాలాలు (2 గంటలు) సమానంగా ఉన్నాయి. కాబట్టి ఆ వ్యక్తి సగటు వేగం = ఆయా దశల్లోని వేగాల అంకమధ్యమం.

= 90, 60, 30 కేఎంపీహెచ్‌ల అంకమధ్యమం

అంకమధ్యమం = రాశుల మొత్తం/రాశుల సంఖ్య

కాబట్టి సగటు వేగం = 90+60+30/ 3

= 180/3 = 60

∴ ఆ వ్యక్తి సగటు వేగం = 60 కేఎంపీహెచ్

మెథడ్–II

దత్తాంశం ప్రకారం మొత్తం ప్రయాణ కాలం =

2 + 2 + 2 = 6 గంటలు _____ (I)

'దూరం = వేగం × కాలం' సూత్రం ప్రకారం..

ఆ వ్యక్తి కారులో ప్రయాణించిన దూరం =

90 × 2 = 180 కి.మీ.

బస్సులో ప్రయాణించిన దూరం =

60 × 2 = 120 కి.మీ.

ఆటోలో ప్రయాణించిన దూరం =

30 × 2 = 60 కి.మీ.

మూడు దశల్లో ఆ వ్యక్తి ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం

= 180 + 120 + 60 = 360 కి.మీ. _____ (II)

సగటు వేగం = మొత్తం దూరం / మొత్తం కాలం

∴ (I), (II)ల నుంచి సగటు వేగం = 360/6

= 60 కేఎంపీహెచ్

∴ ఆ వ్యక్తి సగటు వేగం = 60 కేఎంపీహెచ్

Case (iii): వివిధ దశల్లో ఒక వాహనం ప్రయాణించిన దూరాలు సమానంగా ఉంటే ఆయా దశల్లోని వేగాల హరాత్మక మధ్యమమే సగటు వేగం అవుతుంది.

ఉదా: ఒక బస్సు హైదరాబాద్ నుంచి విజయవాడకు 90 కేఎంపీహెచ్ వేగంతో, తిరిగి విజయవాడ నుంచి హైదరాబాద్‌కు 110 కేఎంపీ హెచ్ వేగంతో ప్రయాణిస్తే మొత్తం ప్రయాణానికి సంబంధించి ఆ బస్సు సగటు వేగం ఎంత?

సమాధానం: మెథడ్–I

దత్తాంశం ప్రకారం ఆ బస్సు రెండు దశల్లో ప్రయాణించిన దూరాలు సమానంగా ఉన్నాయి కాబట్టి ఆ బస్సు సగటు వేగం = ఆయా దశల్లోని వేగాల హరాత్మక మధ్యమం.

= 90, 110 కేఎంపీహెచ్‌ల హరాత్మక మధ్యమం.

హరాత్మక మధ్యమం =

రాశుల సంఖ్య/రాశుల విలోమాల మొత్తం

కాబట్టి సగటు వేగం = $\frac{2}{\frac{1}{90}+\frac{1}{110}} = \frac{2}{\frac{11+9}{990}}$

$= 2 \times \frac{990}{20}$ = 99 కేఎంపీహెచ్

∴ మొత్తం ప్రయాణంలో ఆ బస్సు సగటు వేగం =

99 కేఎంపీహెచ్

మెథడ్–II

హైదరాబాద్, విజయవాడల మధ్య దూరం = x కి.మీ. అనుకుంటే.. రెండు దశల్లో బస్సు ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం

= x + x = 2x కి.మీ. _____ (I)

'కాలం = దూరం/వేగం' సూత్రం ప్రకారం బస్సు హైదరాబాద్ నుంచి విజయవాడ చేరడానికి పట్టే కాలం = x/90 గంటలు. తిరిగి విజయవాడ నుంచి హైదరాబాద్‌కు చేరడానికి పట్టే కాలం = x/110 గంటలు

⟹ మొత్తం ప్రయాణ కాలం = x/90 + x/110

$= \frac{11x+9x}{990} = \frac{20x}{990}$

$= \frac{2x}{99}$ గంటలు _____ (II)

సగటు వేగం = మొత్తం దూరం/మొత్తం కాలం

∴ (I), (II)ల నుంచి సగటు వేగం = $\frac{2x}{\frac{2x}{99}}$

$= 2x \times \frac{99}{2x}$ = 99 కేఎంపీహెచ్

∴ ఆ బస్సు సగటు వేగం = 99 కేఎంపీహెచ్

ఉదా: ఒక వ్యక్తి తన కారులో 60 కేఎంపీహెచ్ సగటు వేగంతో 2 గంటల్లో తన ఆఫీసుకు చేరుకున్నాడు. తిరిగి ఆఫీసు నుంచి 40 కేఎంపీహెచ్ సగటు వేగంతో బస్సులో వచ్చాడు. అయితే అతని సగటు వేగం ఎంత?

సమాధానం: 'ప్రయాణించిన దూరం = సగటు వేగం × కాలం' సూత్రం ప్రకారం ఆఫీసుకి, ఇంటికి మధ్య దూరం = 60 × 2 = 120 కి.మీ.

కాబట్టి ఆ వ్యక్తి ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం =

120 + 120 = 240 కి.మీ. _____ (I)

ఆఫీసు నుంచి ఇంటికి చేరడానికి పట్టే కాలం = $\frac{120}{40}=3$ గంటలు

$\Rightarrow$ మొత్తం ప్రయాణ కాలం =

2 + 3 = 5 గంటలు _____ (II)

(I), (II)ల నుంచి సగటు వేగం = $\frac{240}{5}$

= 48 కేఎంపీహెచ్

$\therefore$ ఆ వ్యక్తి సగటు వేగం = 48 కేఎంపీహెచ్

నోట్: ఇక్కడ రెండు దశల్లో వ్యక్తి ప్రయాణించిన దూరాలు సమానం కాబట్టి సగటు వేగం = ఆయా దశల్లోని సగటు వేగాల హరాత్మక మధ్యమం అనుకొని కూడా చేయొచ్చు.

ఉదా: ఒక వ్యక్తి మొదటి 60 కి.మీ.ల దూరాన్ని 40 కేఎంపీహెచ్ వేగంతో కారులో, తర్వాత 400 కి.మీ.ల దూరాన్ని 80 కేఎంపీహెచ్ వేగంతో రైలులో, తర్వాత 1600 కి.మీ.ల దూరాన్ని 400 కేఎంపీహెచ్ వేగంతో విమానంలో, చివరి 40 కి.మీ.ల దూరాన్ని 20 కేఎంపీహెచ్ వేగంతో పడవలో ప్రయాణించాడు. అయితే మొత్తం ప్రయాణంలో అతని సగటు వేగం ఎంత?

సమాధానం: దత్తాంశం నుంచి 4 దశల్లో ఆ వ్యక్తి ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం =

60 + 400 + 1600 + 40 =

2100 కి.మీ. _____ (I)

'కాలం = దూరం/వేగం' సూత్రం ప్రకారం ఆ వ్యక్తి 4 దశల్లో... కారు, రైలు, విమానం, పడవలో చేసిన ప్రయాణ కాలాలు వరుసగా =

$\frac{60}{40}, \frac{400}{80}, \frac{1600}{400}, \frac{40}{20}$ గంటలు

= 1.5, 5, 4, 2 గంటలు

$\Rightarrow$ మొత్తం ప్రయాణ కాలం =

1.5 + 5 + 4 + 2 = 12.5 గంటలు _____ (II)

$\therefore$ (I), (II)ల నుంచి సగటు వేగం = $\frac{2100}{12.5}$

= 168 కేఎంపీహెచ్

కాబట్టి ఆ వ్యక్తి సగటు వేగం = 168 కేఎంపీహెచ్

ఉదా: ఒక సైక్లిస్ట్ తను ప్రయాణించాల్సిన మొత్తం దూరంలో 50% దూరాన్ని 50 కేఎంపీహెచ్ వేగంతో, 30% దూరాన్ని 30 కేఎంపీహెచ్ వేగంతో, మిగిలిన దూరాన్ని 15 నిమిషాల్లో ప్రయాణిస్తే, అతడి సగటు వేగం ఎంత?

సమాధానం: సాధారణత కోల్పోకుండా సైక్లిస్ట్ ప్రయాణించాల్సిన మొత్తం దూరం = 100 కి.మీ. అనుకుంటే... _____(I)

మొదటి దశలో 50% దూరం అంటే 50 కి.మీ.లను ప్రయాణించడానికి పట్టే కాలం = దూరం/వేగం
= 50/50 = 1 గంట
రెండో దశలో 30% దూరం అంటే 30 కి.మీ.లను ప్రయాణించడానికి పట్టే కాలం =
30/30 = 1 గంట
మూడో దశలో మిగిలిన దూరం అంటే 100–(50+30) = 20 కి.మీ.లను ప్రయాణించడానికి పట్టిన కాలం = 15 నిమిషాలు
= 0.25 గంటలు
$\Rightarrow$ మొత్తం ప్రయాణ కాలం = 1 + 1 + 0.25
= 2.25 గంటలు _____ (II)
$\Rightarrow$ (I), (II)ల నుంచి సగటు వేగం =

$$\frac{100}{2.25} = 44.44$$

$\therefore$ సైక్లిస్ట్ సగటు వేగం = **44.44** కేఎంపీహెచ్

ఉదా: ఒక బస్సు హైదరాబాద్ నుంచి విజయవాడకు వెళ్లి తిరిగి మళ్లీ హైదరాబాద్‌కి వస్తే ఒక ట్రిప్ పూర్తి అయినట్లు. ఈ విధంగా ఆ బస్సు 90 కేఎంపీహెచ్ సగటు వేగంతో 5 ట్రిప్‌లను 30 గంటల్లో పూర్తి చేసింది. అయితే హైదరాబాద్, విజయవాడల మధ్య దూరం ఎంత?
సమాధానం: హైదరాబాద్, విజయవాడల మధ్య దూరం = 'd' కి.మీ. అనుకుంటే.. ఒక ట్రిప్‌లో ప్రయాణించే దూరం = d + d = 2d కి.మీ.
మొత్తం 5 ట్రిప్పుల్లో ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం = 2d × 5 = 10d కి.మీ. _____ (I)
మొత్తం ప్రయాణించిన దూరం =
సగటు వేగం × మొత్తం ప్రయాణ కాలం
= 90 × 30 = 2700 కి.మీ. _____ (II)
(I), (II)ల నుంచి 10d = 2700

$$\Rightarrow d = \frac{2700}{10} = 270$$

$\therefore$ హైదరాబాద్, విజయవాడల మధ్య దూరం =
270 కి.మీ.

ఉదా:

ఒక వ్యక్తి మొదటి 1/20 కి.మీ.ల దూరాన్ని 9 కేఎంపీహెచ్ వేగంతో 2వ, 3వ, 4వ 1/20 కి.మీ.ల దూరాలను వరుసగా 12, 18, 36 కేఎంపీహెచ్ వేగాలతో ప్రయాణించాడు. అయితే మొత్తం దూరాన్ని ఆ వ్యక్తి 18.75 కేఎంపీహెచ్ సగటు వేగంతో ప్రయాణించాడన్నది 'A' వాదన. 14.4 కేఎంపీహెచ్ సగటు

వేగంతో ప్రయాణించాడన్నది 'B' వాదన. ఎవరి వాదన సరైందో విశ్లేషించండి.

సమాధానం: అంకమధ్యమం =

రాశుల మొత్తం/రాశుల సంఖ్య

నాలుగు దశల్లోని ఆ వ్యక్తి వేగాల అంకమధ్యమం =

$$\frac{9+12+18+36}{4}=\frac{75}{4}=18.75$$

వేగాల అంకమధ్యమం = 18.75 కేఎంపీహెచ్.

ఇచ్చిన దత్తాంశంలో 'A' అంకమధ్యమాన్ని ఉపయోగించి సగటు వేగాన్ని కనుగొన్నాడని అర్థమవుతుంది. కానీ ఆయా దశల్లోని ప్రయాణ కాలాలు సమానంగా ఉన్నప్పుడు మాత్రమే అంకమధ్యమం సగటు వేగం అవుతుంది. దత్తాంశంలో ఆయా దశల్లో ప్రయాణించిన దూరాలు సమానంగా ఉన్నాయి కాబట్టి ఇక్కడ సగటు వేగాన్ని కనుక్కోవడానికి హరాత్మక మధ్యమాన్ని వాడాలి.

సగటు వేగం = 9, 12, 18, 36 కేఎంపీహెచ్‌ల హరాత్మక మధ్యమం.

$$=\frac{4}{\frac{1}{9}+\frac{1}{12}+\frac{1}{18}+\frac{1}{36}}$$

$$=\frac{4}{\frac{4+3+2+1}{36}}=4\times\frac{36}{10}=14.4$$

∴ ఆ వ్యక్తి సగటు వేగం = 14.4 కేఎంపీహెచ్ దత్తాంశంలోని సందర్భంలో సగటు వేగాన్ని కనుక్కోవడానికి సరైన గణాంక కొలత హరాత్మక మధ్యమం. కాబట్టి సగటు వేగం = 14.4 కేఎంపీహెచ్ అనే 'B' వాదన సరైంది.