వైశాల్యాలు-3

వృత్త వైశాల్యం

ఒక వృత్తం వ్యాసార్ధం = r, వ్యాసం = d అనుకుంటే

i) $d = 2r$

ii) వృత్త వైశాల్యం $(A) = \pi r^2$ లేదా $\frac{\pi d^2}{4}$

iii) వృత్త పరిధి లేదా వృత్త చుట్టుకొలత $(p) = 2\pi r$ లేదా πd

అంటే వృత్త పరిధి వ్యాసార్ధానికి 2π రెట్లు లేదా వ్యాసానికి π రెట్లు.

iv) $A = \frac{p^2}{4\pi}$

v) రెండు వృత్తాల వ్యాసార్ధాల నిష్పత్తి = $a:b$ అయితే వాటి పరిధుల నిష్పత్తి = $a : b$

వైశాల్యాల నిష్పత్తి = $a^2 : b^2$

vi) ఒక వృత్త వ్యాసార్ధంలో $x\%$ మార్పు వస్తే, దాని చుట్టుకొలతలో మార్పు శాతం = x

వైశాల్యంలోని మార్పు శాతం

$= 2x + \frac{x^2}{100}$

vii) 'r' వ్యాసార్ధం గల వృత్తంలో ఒక చతురస్రాన్ని అంతర్లిఖిస్తే ఆ చతురస్ర వైశాల్యం = $2r^2$

వృత్తానికి, చతురస్రానికి మధ్య గల ప్రదేశం వైశాల్యం = $(\pi - 2)r^2$

viii) 'l' భుజంగా గల ఒక చతురస్రంలో వృత్తాన్ని అంతర్లిఖిస్తే, ఆ వృత్త వ్యాసార్ధం $(r) = \frac{l}{2}$

వృత్త వైశాల్యం = $\frac{\pi l^2}{4}$

చతురస్రానికి, వృత్తానికి మధ్య గల ప్రదేశం వైశాల్యం = $\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) l^2$

ఉదాహరణలు

1. ఒక అర్ధ వృత్తం వైశాల్యం 77 చదరపు సెం.మీ. అయితే దాని వ్యాసం ఎంత?

సమాధానం:

వృత్త వ్యాసం = 'd' సెం.మీ. అనుకుంటే

వృత్త వైశాల్యం = $\frac{\pi d^2}{4}$

అర్ధ వృత్త వైశాల్యం $= \frac{\pi d^2}{8} = 77$

$\Rightarrow \quad d^2 = 77 \times 8 \times \frac{7}{22}$

$\Rightarrow \quad d = 14$ సెం.మీ.

$\therefore$ వృత్త వ్యాసం = 14 సెం.మీ.

2. ఒక కారు చక్రాల వ్యాసం 70 సెం.మీ. అయితే ఆ కారు చక్రాలు నిమిషానికి ఎన్ని చుట్లు తిరిగితే కారు 66 కి.మీ/గంట వేగంతో ప్రయాణం చేస్తుంది?

సమాధానం:

కారు ఒక్క నిమిషంలో ప్రయాణించాల్సిన దూరం $= \frac{66 \times 1000}{60}$ మీటర్లు

= 1100 మీటర్లు

కారు చక్రం చుట్టుకొలత = πd

$= \frac{22}{7} \times 70$

= 220 సెం.మీ. = 2.2 మీటర్లు

$\therefore$ నిమిషానికి కారు చక్రాలు తిరగాల్సిన చుట్ల సంఖ్య = $\frac{1100}{2.2} = 500$

$\therefore$ సమాధానం : 500

3. ఒక వృత్త వ్యాసార్ధాన్ని 50% తగ్గిస్తే, దాని చుట్టుకొలత, వైశాల్యాలు ఎంత శాతం తగ్గుతాయి?

సమాధానం:

$x = -50$

చుట్టుకొలతలోని తగ్గుదల = 50%

వైశాల్యంలోని తగ్గుదల

$= 2x + \frac{x^2}{100}$ శాతం

$2(-50) + \frac{(-50)^2}{100} = -75\%$

$\therefore$ వృత్త వైశాల్యం 75% తగ్గుతుంది. చుట్టుకొలత 50% తగ్గుతుంది.

4. ఒక వృత్త పరిధి ఒక చతురస్ర చుట్టుకొలతలు సమానం అయితే వాటి వైశాల్యాల నిష్పత్తి?

సమాధానం:

వృత్త వ్యాసార్ధం = r, చతురస్ర భుజం = l అనుకుంటే $2\pi r = 4l$

$\Rightarrow l = \frac{\pi r}{2}$

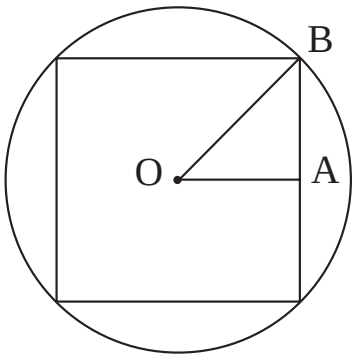
వాటి వైశాల్యాల నిష్పత్తి = $\pi r^2 : l^2$

$= \pi r^2 : \left(\frac{\pi r}{2}\right)^2 = \pi r^2 : \frac{\pi^2 r^2}{4}$

$\therefore$ సమాధానం : $4 : \pi$

5. ఒక చతురస్రం అంతర వృత్తం, పరివృత్తాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి?

సమాధానం:



చతురస్ర భుజం = $2x$ అనుకుంటే

అంతరవృత్త వ్యాసార్ధం = $OA = x$

పరివృత్త వ్యాసార్ధం = చతురస్ర కర్ణంలో సగం $= \frac{\sqrt{2} \times 2x}{2} = \sqrt{2}x$

అంతర, పరివృత్తాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి

$= \pi x^2 : \pi(\sqrt{2}x)^2$

$= \pi x^2 : 2\pi x^2$

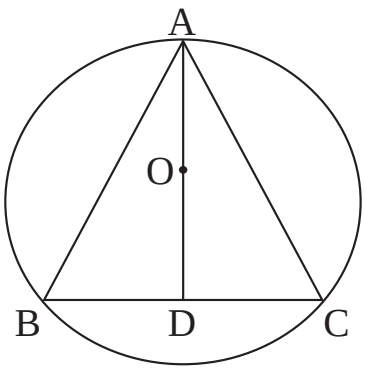
$= 1 : 2$

$\therefore$ సమాధానం : $1 : 2$

అదేవిధంగా వాటి చుట్టుకొలతల నిష్పత్తి $= 1 : \sqrt{2}$

6. ఒక వృత్తంలో సమబాహు త్రిభుజం అంతర్లిఖించినప్పుడు ఆ వృత్త వ్యాసార్ధం 'r' అయితే సమబాహు త్రిభుజ వైశాల్యం ఎంత?

సమాధానం:



వృత్త కేంద్రం 'O', ABC ఒక సమబాహు త్రిభుజం. AD, BC పైకి గీసిన ఉన్నతి వృత్త వ్యాసార్ధం 'r' అనుకుంటే...

$OA = r$

$OD = \frac{OA}{2} = \frac{r}{2}$

∴ సమబాహు త్రిభుజ ఉన్నతి

$(h) = OD = OA + OD$

$= r + \frac{r}{2} = \frac{3r}{2}$

సమబాహు త్రిభుజ వైశాల్యం $= \frac{h^2}{\sqrt{3}}$

$= \frac{\left(\frac{3r}{2}\right)^2}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}\,r^2}{4}$

∴ సమాధానం : $= \frac{3\sqrt{3}\,r^2}{4}$

అలాగే వృత్తానికి, సమబాహు త్రిభుజానికి మధ్య గల ప్రదేశం వైశాల్యం =

$\left(\pi - \frac{3\sqrt{3}}{4}\right) r^2$

7. 18 సెం.మీ., 14 సెం.మీ. కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్రం లోపల గీయగల అతిపెద్ద వృత్తం వైశాల్యం?

సమాధానం:

ఇచ్చిన దీర్ఘచతురస్రం లోపల గీయగల అతిపెద్ద వృత్తం వ్యాసం $(d) = 14$ సెం.మీ.

$$= \frac{\pi d^2}{4}$$

ఆ వృత్త వైశాల్యం

$$= \frac{22}{7} \times \frac{14 \times 14}{4} = 154$$

$\therefore$ సమాధానం : 154 చదరపు సెం.మీ.

మరికొన్ని ముఖ్య విషయాలు:

1. ఒక సమబాహు త్రిభుజం, ఒక చతురస్రం, ఒక వృత్తం సమాన చుట్టుకొలతలను కలిగి ఉంటే వాటి వైశాల్యాల మధ్య సంబంధం కింది విధంగా ఉంటుంది.

   $T < S < C$

   T - సమబాహు త్రిభుజ వైశాల్యం

   S - చతురస్ర వైశాల్యం

   C - వృత్త వైశాల్యం

   అంటే అన్నింటికంటే వృత్త వైశాల్యం ఎక్కువ.
2. ఒక దీర్ఘ చతురస్రం, ఒక చతురస్రం సమాన చుట్టుకొలతలను కలిగి ఉంటే చతురస్ర వైశాల్యం దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం కంటే ఎక్కువ.
3. ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజం, ఒక సమబాహు త్రిభుజం సమాన చుట్టుకొలతలను కలిగి ఉంటే సమబాహు త్రిభుజ వైశాల్యం సమద్విబాహు త్రిభుజ వైశాల్యం కంటే ఎక్కువ.
4. ఒక విషమ బాహు త్రిభుజం, ఒక సమబాహు త్రిభుజం సమాన చుట్టుకొలతలను కలిగి ఉంటే సమబాహు త్రిభుజ వైశాల్యం, విషమ బాహు త్రిభుజ వైశాల్యం కంటే ఎక్కువ.