నిష్పత్తి-అనుపాతం

- ఒకే ప్రమాణంలో ఉన్న రెండు రాశుల మధ్య పోలికను నిష్పత్తి అంటారు.
  x, y అనే రెండు రాశుల మధ్య నిష్పత్తిని '$x : y$' అని సూచిస్తాం. దీన్ని 'x is to y' అని చదువుతాం.

$$x : y = \frac{x}{y}$$

  రెండు రాశుల మధ్య నిష్పత్తిని కనుక్కోవాలంటే ఆ రెండు రాశులు ఒకే ప్రమాణంలో ఉండాలి.
- $x : y$ అనే నిష్పత్తిలో x, y లను నిష్పత్తి పదాలు అని అంటారు. 'x'ను పూర్వపదం (Antecedent) అని, 'y'ను పరపదం (Consequent) అని అంటారు.
- నిష్పత్తిలో పదాల క్రమం పరిగణించదగింది. అంటే $x : y, y : x$ అనే రెండు నిష్పత్తులు సమానం కావు.
  $x : y \neq y : x$

అనుపాతం

రెండు నిష్పత్తుల మధ్య సమానత్వాన్ని అనుపాతం అని అంటారు.

ఉదాహరణ:

$a : b = c : d$ అయితే a, b, c, dలు అనుపాతంలో ఉన్నాయని అంటారు.

$$a : b = c : d$$
$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$$

$\therefore$ అంత్యముల లబ్ధం = మధ్యముల లబ్ధం.

ఉదాహరణ:

36 గంటలకు, 2 రోజులకు గల నిష్పత్తి ఎంత?

సమాధానం:

2 రోజులు = 2×24 గంటలు

= 48 గంటలు

కావాల్సిన నిష్పత్తి = $36 : 48$

$= 3 : 4$ (నిష్పత్తి పదాలను 12తో భాగిస్తే)

$\therefore$ సమాధానం – 3 :4

- నిష్పత్తిలోని రెండు పదాలను ఒకేసంఖ్యతో (సున్నా కాకుండా ఇతర సంఖ్య) గుణించినా లేదా భాగించినా ఆ నిష్పత్తి విలువ మారదు.
  $x : y = Px : Py, (P \neq 0)$

$$x : y = \frac{x}{P} : \frac{y}{P}, (P \neq 0)$$

ఉదాహరణ:

$2 : 3 = 4 \times 2 : 4 \times 3 = 8 : 12,$

$36 \quad 48$

$= \frac{36}{12} : \frac{48}{12} = 3 : 4$

- $\boxed{\frac{1}{a} : \frac{1}{b} = b : a}$
- $\boxed{\frac{m}{a} : \frac{n}{b} = mb : na}$

- $a : b : c = l : m : n$ అయితే

  $a = kl, b = km, c = kn$ (k ఏదైన ఒక చర రాశి) అని అనుకోవచ్చు.

ఉదాహరణ:

$x : y = 3 : 4$ **అయితే** $(4x + 5y) : (5x - 2y)$ **విలువ ఎంత?**

సమాధానం:

$x : y = 3 : 4$ కాబట్టి

$x = 3k,$

$y = 4k$ అనుకోవచ్చు.

$\Rightarrow (4x + 5y) : (5x - 2y)$

$= \frac{4x+5y}{5x-2y}$

$= \frac{4\times 3k + 5\times 4k}{5\times 3k - 2\times 4k}$

$= \frac{32k}{7k} = \frac{32}{7} = 32 : 7$

$\therefore$ సమాధానం – 32 :7

గమనిక: పై ప్రశ్నలో నేరుగా 'x'కి బదులు 3, 'y'కి బదులు 4ను ప్రతిక్షేపించినా కూడా సమాధానం వస్తుంది.

ఉదాహరణ:

$A : B : C = 2 : 3 : 4$ **అయితే** $\frac{A}{B} : \frac{B}{C} : \frac{C}{A}$ **విలువ ఎంత?**

(ఎస్.ఎస్.సి.–2002)

సమాధానం:

$\frac{A}{B} : \frac{B}{C} : \frac{C}{A} = \frac{2}{3} : \frac{3}{4} : \frac{4}{2}$

2, 3, 4ల క.సా.గు. 12 కాబట్టి నిష్పత్తిలోని మూడు పదాలను 12తో గుణిస్తే,

$= \frac{2}{3}\times 12 : \frac{3}{4}\times 12 : \frac{4}{2}\times 12$

$= 8 : 9 : 24$

$\therefore$ సమాధానం 8 : 9 : 24

ఉదాహరణ:

$A : B = 2 : 3, B : C = 4 : 5, C : D = 6 : 7$ అయితే $A : B : C : D$ విలువ ఎంత?

(ఎస్.ఎస్.సి.–2002)

సమాధానం:

ఈ మోడల్ సమస్యలను సాధించడానికి షార్ట్‌కట్ మెథడ్‌ని చూద్దాం.

	I	II
$A : B$	2	3
$B : C$	4	5
$C : D$	6	7

పైన మొదటి నిలువు వరుస (I)లో 2, 4, 6, రెండో నిలువు వరుస (II)లో 3, 5, 7 అనే సంఖ్యలు ఉన్నాయి.

$A : B : C : D =$

$2 \times 4 \times 6 : 4 \times 6 \times 3 : 6 \times 3 \times 5 : 3 \times 5 \times 7.$

$2 \times 4 \times 6 \rightarrow$ Iలోని మూడు పదాలు

$4 \times 6 \times 3 \rightarrow$ Iలోని చివరి రెండు పదాలు, IIలోని మొదటి పదం

$6 \times 3 \times 5 \rightarrow$ Iలోని చివరి పదం, IIలోని మొదటి రెండు పదాలు.

$3 \times 5 \times 7 \rightarrow$ IIలోని మూడు పదాలు

పదాలను తీసుకున్న వరుసను గమనించండి.

$\Rightarrow A : B : C : D = 2 \times 4 \times 2 : 4 \times 6 : 6 : 5 : 5 \times 7$ (నిష్పత్తిలోని అన్ని పదాలను 3తో భాగిస్తే)

$= 16 : 24 : 30 : 35$

$\therefore$ సమాధానం $16 : 24 : 30 : 35$

గమనిక: నిష్పత్తిలో ఎన్ని పదాలు ఉన్నప్పటికీ కూడా పై విధానాన్ని అనుసరించవచ్చు.

కొంత మొత్తాన్ని ఇచ్చిన నిష్పత్తిలో విభజిం చడం:

ఉదాహరణ:

672ను 5 : 3 నిష్పత్తిలో విభజించండి.

సమాధానం:

మొదటి భాగం =

$$\frac{\text{మొత్తం} \times \text{మొదటి నిష్పత్తి పదం}}{\text{నిష్పత్తి పదాల మొత్తం}}$$

$$= \frac{672 \times 5}{5+3} = \frac{672 \times 5}{8}$$

$= 84 \times 5 = 420$

$\therefore$ మొదటి భాగం = 420

రెండో భాగం = $672 - 420 = 252$

$\therefore$ సమాధానం – 420, 252

గమనిక:

రెండో భాగం =

$$\frac{\text{మొత్తం} \times \text{రెండో నిష్పత్తి పదం}}{\text{నిష్పత్తి పదాల మొత్తం}}$$

అలాగే మూడు, నాలుగు భాగాలకు కూడా సూత్రాలను రాసుకోవచ్చు.

ఉదాహరణ:

రూ. 1300లను P, Q, R, Sలు పంచుకు న్నారు.

$$= \frac{\text{P వాటా}}{\text{Q వాటా}} = \frac{\text{Q వాటా}}{\text{R వాటా}}$$

$$= \frac{\text{R వాటా}}{\text{S వాటా}} = \frac{2}{3}$$

అయితే 'P' వాటా ఎంత?

(ఎల్.ఐ.సి. 2003)

సమాధానం:

$P : Q = 2 : 3, Q : R = 2 : 3$

$R : S = 2 : 3$

$\Rightarrow P : Q : R : S$

$= 2 \times 2 \times 2 : 2 \times 2 \times 3 : 2 \times 3 \times 3 : 3 \times 3 \times 3$

$\therefore 8 : 12 : 18 : 27$

$$P \text{ వాటా} = \frac{1300 \times 8}{(8+12+18+27)}$$

$$= \frac{1300 \times 8}{65} = 160$$

$\therefore P$ వాటా = రూ. 160

గమనిక:

ఒక వేళ 'R' వాటా కనుక్కోవాలంటే 'R' వాటా

$$= \frac{1300 \times 18}{(8+12+18+27)} = \text{రూ.}360$$

($\therefore$ 'R'కి సంబంధించిన నిష్పత్తి పదం '18')