D

Booklet Code E 2011 D

Time : 3 Hours

Marks : 160

Instructions :

1. Each question carries *one* mark.
   ప్రతి ప్రశ్నకు ఒక మార్కు కలదు.
2. Choose correct answer to the following questions and darken, with HB pencil, the corresponding digit 1, 2, 3 or 4 in the circle pertaining to the question number concerned in the OMR Answer Sheet, separately supplied to you.
   దిగువ ఇచ్చిన ప్రతి ప్రశ్నకు సరియైన సమాధానమును ఎన్నుకొని దానిని సూచించే అంకె 1, 2, 3 లేక 4 వేరుగా ఇచ్చిన OMR సమాధాన పత్రములో ప్రశ్నకు సంబంధించిన సంఖ్యగల పెట్టెను HB పెన్సిల్‌తో నల్లగా చేయవలెను.

MATHEMATICS

1. $\lim_{x \to 8} \dfrac{\sqrt{1+\sqrt{1+x}} - 2}{x-8} =$

(1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{1}{24}$ (4)

---

2. If $[x]$ denotes the greatest integer not exceeding x and if the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a + 2\cos x}{x^2} & (x < 0) \\ b \tan \dfrac{\pi}{[x+4]} & (x \geq 0) \end{cases}$$

is continuous at $x = 0$, then the ordered pair $(a, b) =$

x కి మించని అత్యధిక పూర్ణాంకాన్ని $[x]$ తో సూచిస్తూ,

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a + 2\cos x}{x^2} & (x < 0) \\ b \tan \dfrac{\pi}{[x+4]} & (x \geq 0) \end{cases}$$

గా నిర్వచిత ప్రమేయం f, $x = 0$ వద్ద అవిచ్ఛిన్నమయితే అప్పుడు క్రమ యుగ్మం $(a, b) =$

(1) $(-2, 1)$ (2) $(-2, -1)$ (3) $(-1, \sqrt{3})$ (4) $(-2, -\sqrt{3})$

Rough Work

3. If $y = (1 + x)(1 + x^2)(1 + x^4) \ldots\ldots (1 + x^{2^n})$, then $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0} =$

$y = (1 + x)(1 + x^2)(1 + x^4) \ldots\ldots (1 + x^{2^n})$ అయితే అప్పుడు $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0} =$

(1) 0 (2) $\frac{1}{2}$

(3) 1 (4) 2

4. If $\cos^{-1}\left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}\right) = k$ (a constant), then $\frac{dy}{dx} =$

$\cos^{-1}\left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}\right) = k$ (ఒక స్థిరసంఖ్య) అయితే అప్పుడు $\frac{dy}{dx} =$

(1) $\frac{y}{x}$ (2) $\frac{x}{y}$

(3) $\frac{x^2}{y^2}$ (4) $\frac{y^2}{x^2}$

5. If $f(x) = |x| + |\sin x|$ for $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, then its left hand derivative at $x = 0$ is

$x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$కి $f(x) = |x| + |\sin x|$ అయితే $x = 0$ వద్ద దాని ఎడమ అవకలజం

(1) 0 (2) –1

(3) –2 (4) –3

Rough Work

6. If $y = \dfrac{\log_e x}{x}$ and $z = \log_e x$, then $\dfrac{d^2y}{dz^2} + \dfrac{dy}{dz} =$

$y = \dfrac{\log_e x}{x}$, $z = \log_e x$ అయితే అప్పుడు $\dfrac{d^2y}{dz^2} + \dfrac{dy}{dz} =$

(1) e^{-z} (2) $2e^{-z}$

(3) ze^{-z} (4) $-e^{-z}$

---

7. If 1° = α radians then the approximate value of cos (60° 1') is

1° = α రేడియన్లు అయితే cos (60° 1') ఉజ్జాయింపు విలువ

(1) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{\alpha\sqrt{3}}{120}$ (2) $\dfrac{1}{2} - \dfrac{\alpha}{120}$

(3) $\dfrac{1}{2} - \dfrac{\alpha\sqrt{3}}{120}$ (4) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{\alpha}{120}$

---

8. If the distance s travelled by a particle in time t is given by $s = t^2 - 2t + 5$, then its acceleration is

ఒక అణువు t సమయంలో ప్రయాణించే దూరం s ని $s = t^2 - 2t + 5$ గా ఇస్తే దాని త్వరణం

(1) 0 (2) 1

(3) 2 (4) 3

---

9. The length of the subtangent at any point (x_1, y_1) on the curve $y = 5^x$ is

వక్రం $y = 5^x$ పై బిందువు (x_1, y_1) వద్ద ఉప స్పర్శ రేఖాఖండపు పొడవు

(1) 5^{x_1} (2) $y_1.5^{x_1}$

(3) $\log_e 5$ (4) $\dfrac{1}{\log_e 5}$

Rough Work

10. $u \equiv u(x, y) = \sin(y + ax) - (y + ax)^2 \Rightarrow$

(1) $u_{xx} = a^2 . u_{yy}$ (2) $u_{yy} = a^2 u_{xx}$

(3) $u_{xx} = -a^2 . u_{yy}$ (4) $u_{yy} = -a^2 u_{xx}$

11. $\int \left(\sqrt{\frac{a+x}{a-x}} + \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} \right) dx =$

(1) $2\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$ (2) $2a \sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$

(3) $2\cos^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$ (4) $2a \cos^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$

12. If $\int \frac{\sin^8 x - \cos^8 x}{1 - 2\sin^2 x \cos^2 x} dx =$ A sin 2x + B, then A =

$\int \frac{\sin^8 x - \cos^8 x}{1 - 2\sin^2 x \cos^2 x} dx =$ A sin 2x + B అయితే A =

(1) $-\frac{1}{2}$ (2) -1

(3) $\frac{1}{2}$ (4) 1

13. $\int \frac{1 + \cos 4x}{\cot x - \tan x} dx =$

(1) $-\frac{1}{4}\cos 4x + c$ (2) $\frac{1}{8}\cos 4x + c$

(3) $\frac{1}{4}\sin 4x + c$ (4) $-\frac{1}{8}\cos 4x + c$

Rough Work

14. The area (in square units) of the region bounded by the curves $x = y^2$ and $x = 3 - 2y^2$ is

వక్రాలు $x = y^2$, $x = 3 - 2y^2$ లతో పరిబద్ధ ప్రదేశపు వైశాల్యం (చదరపు యూనిట్లలో)

(1) $\frac{3}{2}$ (2) 2

(3) 3 (4) 4

15. If $I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n \theta \, d\theta$ for $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$ then $I_{n-1} + I_{n+1} = \ldots$

$I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n \theta \, d\theta$ $(n = 1, 2, 3, \ldots\ldots)$ అయితే $I_{n-1} + I_{n+1} = \ldots$

(1) 0 (2) 1

(3) $\frac{1}{n}$ (4) $\frac{1}{n+1}$

16. Let $f(0) = 1$, $f(0.5) = \frac{5}{4}$, $f(1) = 2$, $f(1.5) = \frac{13}{4}$ and $f(2) = 5$. Using Simpson's rule, $\int_0^2 f(x)dx =$

$f(0) = 1$, $f(0.5) = \frac{5}{4}$, $f(1) = 2$, $f(1.5) = \frac{13}{4}$, $f(2) = 5$ అనుకోండి. సింప్సన్ సూత్రాన్ని ఉపయోగిస్తే, $\int_0^2 f(x)dx =$

(1) $\frac{14}{3}$ (2) $\frac{7}{6}$

(3) $\frac{14}{9}$ (4) $\frac{7}{9}$

Rough Work

17. The solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{\varphi(y/x)}{\varphi'(y/x)}$ is

అవకలన సమీకరణం $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{\varphi(y/x)}{\varphi'(y/x)}$ కి సాధన

(1) $x\,\varphi\left(\frac{y}{x}\right) = k$

(2) $\varphi\left(\frac{y}{x}\right) = kx$

(3) $y\,\varphi\left(\frac{y}{x}\right) = k$

(4) $\varphi\left(\frac{y}{x}\right) = ky$

---

18. If $y = y(x)$ is the solution of the differential equation $\left(\frac{2 + \sin x}{y + 1}\right)\frac{dy}{dx} + \cos x = 0$ with $y(0) = 1$, then $y\left(\frac{\pi}{2}\right) =$

$y = y(x)$ అనేది అవకలన సమీకరణం $\left(\frac{2 + \sin x}{y + 1}\right)\frac{dy}{dx} + \cos x = 0$, $y(0) = 1$ నకు సాధన అయితే $y\left(\frac{\pi}{2}\right) =$

(1) $\frac{1}{3}$

(2) $\frac{2}{3}$

(3) 1

(4) $\frac{4}{3}$

Rough Work

19. If $f : [2, \infty) \rightarrow B$ defined by $f(x) = x^2 - 4x + 5$ is a bijection, then $B =$

$f : [2, \infty) \rightarrow B$ ని $f(x) = x^2 - 4x + 5$ నిర్వచిస్తే, అది ద్విగుణప్రమేయమైతే అప్పుడు $B =$

(1) $[0, \infty)$ (2) $[1, \infty)$

(3) $[4, \infty)$ (4) $[5, \infty)$

---

20. If $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is defined by $f(x) = \left[\frac{x}{5}\right]$ for $x \in \mathbb{R}$, where $[y]$ denotes the greatest integer not exceeding y, then $\{f(x) : |x| < 71\} =$

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ని ప్రతి $x \in \mathbb{R}$ కి $f(x) = \left[\frac{x}{5}\right]$ గా నిర్వచిస్తే, ఇందులో y కి మించని అత్యధిక పూర్ణాంకాన్ని $[y]$ తో సూచిస్తే, అప్పుడు $\{f(x) : |x| < 71\} =$

(1) $\{-14, -13, \ldots\ldots\ldots, 0, \ldots\ldots\ldots\ldots, 13, 14\}$

(2) $\{-14, -13, \ldots\ldots\ldots, 0, \ldots\ldots\ldots\ldots, 14, 15\}$

(3) $\{-15, -14, \ldots\ldots\ldots, 0, \ldots\ldots\ldots\ldots, 14, 15\}$

(4) $\{-15, -14, \ldots\ldots\ldots, 0, \ldots\ldots\ldots\ldots, 13, 14\}$

Rough Work

21. If a, b and n are natural numbers then $a^{2n-1} + b^{2n-1}$ is divisible by :

a, b, n లు సహజ సంఖ్యలైతే $a^{2n-1} + b^{2n-1}$ ని నిశ్శేషంగా భాగించేది :

(1) $a + b$ (2) $a - b$

(3) $a^3 + b^3$ (4) $a^2 + b^2$

---

22. A bag contains n white and n black balls. Pairs of balls are drawn at random without replacement successively, until the bag is empty. If the number of ways in which each pair consists of one white and one black ball is 14,400, then n =

ఒక సంచిలో n తెల్లనివి, n నల్లనివి బంతులు ఉన్నాయి. యాదృచ్ఛికంగా, వరుసగా, తీసిన వాటిని సంచిలో తిరిగి ఉంచకుండా బంతుల జతలను సంచి ఖాళీ అయ్యేవరకూ తీశారు. ప్రతి జతలో ఒక తెల్లని బంతి, ఒక నల్లని బంతి ఉండేలా తీసే పద్ధతుల సంఖ్య 14,400 అయితే n =

(1) 6 (2) 5

(3) 4 (4) 3

---

23. The number of five digit numbers divisible by 5 that can be formed using the numbers 0, 1, 2, 3, 4, 5 without repetition is

0, 1, 2, 3, 4, 5 అంకెలను పునరావృతంకాకుండా ఉపయోగించి 5 తో భాగించబడే ఐదంకెల సంఖ్యల సంఖ్య

(1) 240 (2) 216

(3) 120 (4) 96

Rough Work

24. ${}^{15}P_8 = A + 8 \,.\, {}^{14}P_7 \Rightarrow A =$

(1) ${}^{14}P_6$ (2) ${}^{14}P_8$

(3) ${}^{15}P_7$ (4) ${}^{16}P_9$

25. If ${}^{(n-1)}C_3 + {}^{(n-1)}C_4 > {}^{n}C_3$, then the minimum value of n is

${}^{(n-1)}C_3 + {}^{(n-1)}C_4 > {}^{n}C_3$ అయితే n యొక్క కనిష్ఠ విలువ

(1) 5 (2) 6

(3) 7 (4) 8

26. If the coefficients of rth and $(r+1)$th terms in the expansion of $(3+7x)^{29}$ are equal, then $r =$

$(3+7x)^{29}$ యొక్క విస్తరణలో r వ, $(r+1)$ వ పదాల గుణకాలు సమానమయితే, $r =$

(1) 14 (2) 15

(3) 18 (4) 21

27. $\dfrac{x^2+x+1}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{B}{x-2} + \dfrac{C}{x-3}$

$\Rightarrow A + C =$

(1) 4 (2) 5

(3) 6 (4) 8

28. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{(2n+1)!} =$

(1) $\dfrac{1}{e}$ (2) $\dfrac{e}{2}$

(3) e (4) $2e$

Rough Work

29. If $a > 0$ and $b^2 - 4ac = 0$, then the curve $y = ax^2 + bx + c$

(1) cuts the x-axis

(2) touches the x-axis and lies below it

(3) lies entirely above the x-axis

(4) touches the x-axis and lies above it

$a > 0,\ b^2 - 4ac = 0$ అయితే వక్రం $y = ax^2 + bx + c$

(1) x-అక్షాన్ని ఖండిస్తుంది

(2) x-అక్షాన్ని స్పృశిస్తూ, దాని దిగువన ఉంటుంది

(3) పూర్తిగా x-అక్షం ఎగువన ఉంటుంది

(4) x-అక్షాన్ని స్పృశిస్తూ, దాని ఎగువన ఉంటుంది

---

30. If tan A and tan B are the roots of the quadratic equation $x^2 - px + q = 0$, then $\sin^2 (A + B) =$

tan A, tan B లు వర్గసమీకరణం $x^2 - px + q = 0$ నకు మూలాలైతే $\sin^2 (A + B) =$

(1) $\dfrac{p^2}{p^2 + q^2}$

(2) $\dfrac{p^2}{(p + q)^2}$

(3) $1 - \dfrac{p}{(1 - q)^2}$

(4) $\dfrac{p^2}{p^2 + (1 - q)^2}$

---

31. The value of 'a' for which the equations $x^3 + ax + 1 = 0$ and $x^4 + ax^2 + 1 = 0$ have a common root is

సమీకరణాలు $x^3 + ax + 1 = 0,\ x^4 + ax^2 + 1 = 0$ లకు ఒక ఉమ్మడి మూలం ఉంటే, 'a' విలువ

(1) -2

(2) -1

(3) 1

(4) 2

Rough Work

32. If x is real, then the value of $\dfrac{x^2 - 3x + 4}{x^2 + 3x + 4}$ lies in the interval

x వాస్తవమైతే $\dfrac{x^2 - 3x + 4}{x^2 + 3x + 4}$ యొక్క విలువ ఉండే అంతరం

(1) $\left[\frac{1}{3}, 3\right]$ (2) $\left[\frac{1}{5}, 5\right]$ (3) $\left[\frac{1}{6}, 6\right]$ (4) $\left[\frac{1}{7}, 7\right]$

---

33. $$A(\alpha, \beta) = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & e^{\beta} \end{pmatrix} \Rightarrow [A(\alpha, \beta)]^{-1} =$$

(1) $A(-\alpha, \beta)$ (2) $A(-\alpha, -\beta)$

(3) $A(\alpha, -\beta)$ (4) $A(\alpha, \beta)$

---

34. If A is a matrix such that

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} A (1 \quad 1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

then A =

A అను మాత్రిక

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} A (1 \quad 1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

అయ్యేట్లుంటే A =

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (2) $(2 \quad 1)$

(3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ (4) $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

Rough Work

35. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 - 2A =$

(1) A^{-1} (2) $-A^{-1}$

(3) I (4) –I

---

36. $\begin{vmatrix} 24 & 25 & 26 \\ 25 & 26 & 27 \\ 26 & 27 & 27 \end{vmatrix} =$

(1) 0 (2) –1

(3) 1 (4) 2

---

37. Let $z = a - \frac{i}{2}$; $a \in \mathbb{R}$. Then $|i + z|^2 - |i - z|^2 =$

$z = a - \frac{i}{2}$; $a \in \mathbb{R}$ అనుకోండి. అప్పుడు $|i + z|^2 - |i - z|^2 =$

(1) 2 (2) –2

(3) 4 (4) –4

Rough Work

38. The locus of the complex number z such that

$$\arg\left(\frac{z-2}{z+2}\right)=\frac{\pi}{3}$$

is :

(1) a circle (2) a straight line

(3) a parabola (4) an ellipse

$\arg\left(\frac{z-2}{z+2}\right)=\frac{\pi}{3}$ అయ్యేటట్లుండే సంకీర్ణ సంఖ్య z బిందు పథం :

(1) ఒక వృత్తం (2) ఒక సరళరేఖ

(3) ఒక పరావలయం (4) ఒక దీర్ఘ వృత్తం

---

39. $\frac{(1+i)^{2011}}{(1-i)^{2009}}=$

(1) -1 (2) 1

(3) 2 (4) -2

---

40. If $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ is defined by $f(x)=7+\cos(5x+3)$ for $x\in\mathbb{R}$, then the period of f is

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ని ప్రతి $x\in\mathbb{R}$ కి $f(x)=7+\cos(5x+3)$ గా నిర్వచిస్తే అప్పుడు f ఆవర్తనం

(1) 2π (2) π

(3) $\frac{\pi}{5}$ (4) $\frac{2\pi}{5}$

---

41. $\cos A=\frac{3}{4}\Rightarrow 32\sin\left(\frac{A}{2}\right)\sin\left(\frac{5A}{2}\right)=$

(1) 7 (2) 8

(3) 13 (4) 11

Rough Work